

## 4.2. DESCRIPTORI AI MIȘCĂRII FLUIDELOR

**Descriptorii** mișcării fluidelor descriu câmpul vectorial al mișcării particulelor de fluid.

**Traietoria a particulei**, descriptor definit în sistemul de reprezentare lagrangean, este mulțimea punctelor prin care trece centrul de greutate al unei particule de fluid.

Traietoria este descrisă de ecuația vectorială:

$$\vec{r} = \vec{r}(\vec{r}_0, t)$$

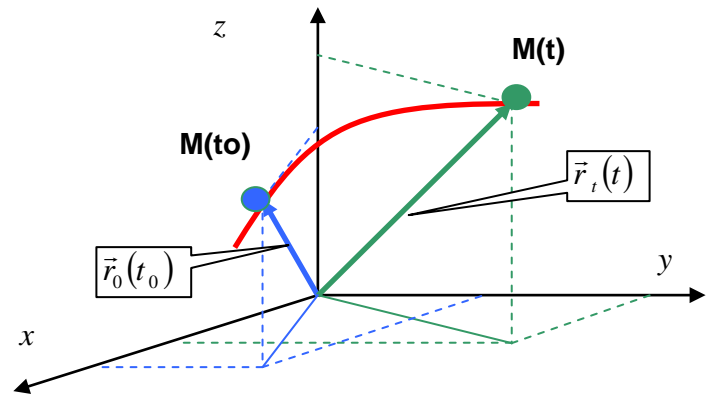
în care

$$\vec{r}_0 = x_0 \cdot \vec{i} + y_0 \cdot \vec{j} + z_0 \cdot \vec{k}$$

poziției inițiale

$t$  - timpul

vectorul



**Fig.4.1.** Traietoria unei particule de fluid

**Linie fluidă** este o înșiruire continuă de particule care la o mișcare cu structură continuă își menține în timp individualitatea.

**Linie de curent** este curba tangentă în fiecare punct al ei la vectorul viteză din acel punct și reprezintă distribuția vitezelor instantanee ale fluidului.

Conform definiției, dacă  $d\vec{l} (dx, dy, dz)$  și  $\vec{v}(v_x, v_y, v_z)$  sunt **elementul de arc al liniei de curent**, respectiv **viteza fluidului** într-un punct, ecuațiile liniei de curent rezultă din condiția de tangență:

$$\vec{v} \times d\vec{l} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ dx & dy & dz \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix} = (v_z \cdot dy - v_y \cdot dz) \cdot \vec{i} + (v_x \cdot dz - v_z \cdot dx) \cdot \vec{j} + (v_y \cdot dx - v_x \cdot dy) \cdot \vec{k} = 0$$

și sunt:

$$v_z \cdot dy = v_y \cdot dz; \quad v_x \cdot dz = v_z \cdot dx; \quad v_y \cdot dx = v_x \cdot dy \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y} = \frac{dz}{v_z}$$

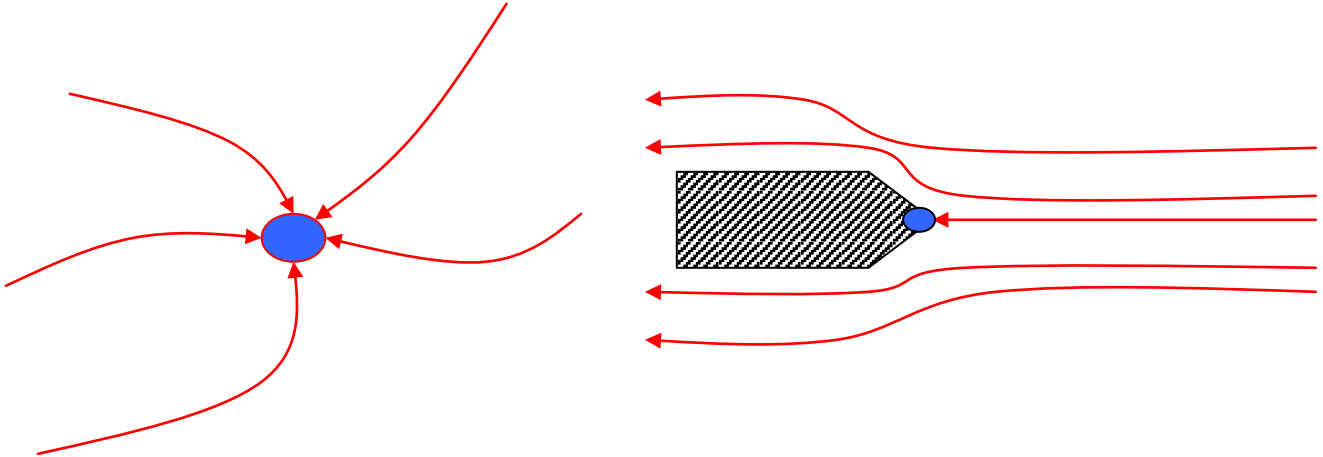
Relația dintre **traietorie** și **linie de curent** este determinată de caracterul mișcării fluidului:

- **traietoria coincide cu linia de curent** în cazul mișcării **permanente** și **semipermanente**, adică atunci când în timp viteza nu își schimbă direcția;
- **traietoria particulei este diferită de linia de curent** în cazul mișcării **nepermanente**, atunci când viteza își schimbă direcția în timp.

Familia liniilor de curent are următoarele proprietăți:

- prin fiecare punct al domeniului de curgere trece o linie de curent, consecință a ipotezei continuității fluidului.

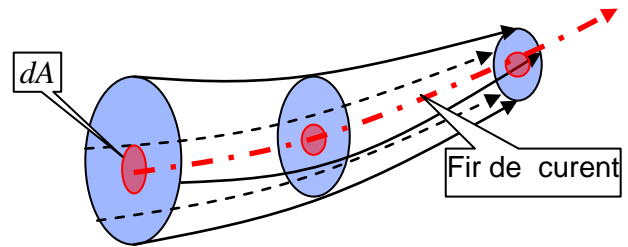
- Printr-un punct al domeniului, cu excepția **punctelor singulare** de viteză locală **nulă** sau **infinită**, nu trece decât o singură linie de curent.



**Fig.4.2.** Linii de curent în puncte singulare

**Tub de curent** este suprafață formată de totalitatea liniilor de curent care trec prin punctele unei curbe închise  $C$  care nu este linie de curent

**Fir de curent** este linia fluidă din interiorul unui tub de curent la care secțiunea normală la axa tubului de curent are o arie infinitesimală. Cu alte cuvinte firul de curent materializează linia de curent.

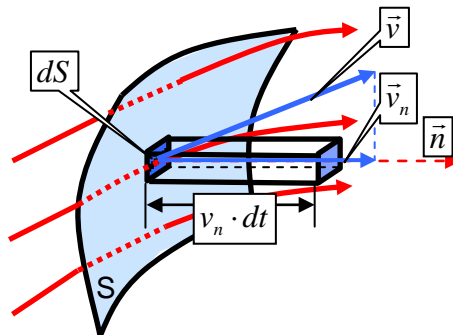


**Fig.4.3.** Tub de curent și **fir de curent**

**Debitul** este cantitatea de fluid care trece în unitatea de timp printr-o suprafață fixă  $S$ .

Volumul de lichid care trece prin suprafața elementară  $dS$  în intervalul de timp  $dt$  este:

$$dV = \int_S v_n \cdot dt \cdot dS = \int_S v \cdot \cos(\vec{v}, \vec{n}) \cdot dt \cdot dS = dt \int_S \vec{v} \cdot \vec{n} \cdot dS$$



**Fig.4.4.** Debitul printr-o suprafață fixă  $S$

Debitul poate fi exprimat în trei forme:

$$\text{-debit volumic: } Q = \frac{dV}{dt} = \int_S \vec{v} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

$$\text{-debit masic: } Q_m = \frac{dm}{dt} = \int_S \rho \cdot \vec{v} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

$$\text{-debit de greutate: } Q_g = \frac{dG}{dt} = \int_S \gamma \cdot \vec{v} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

Dacă fluidul este **omogen** rezultă egalitățile :

$$Q_m = \rho \cdot Q; \quad Q_g = \gamma \cdot Q$$

**Viteza medie** într-o secțiune S a unui tub de curent este tangentă la axa tubului de curent, are sensul mișcării și are modulul egal cu raportul dintre debitul volumic  $Q$  care trece prin S și suprafața acesteia  $S$  :

$$\vec{v} = \frac{Q}{S} = \int_S \vec{v} \cdot \vec{n} \cdot \frac{dS}{S}$$

**Accelerația** mișcării fluidelor poate fi exprimată în două variante conform celor două sisteme de reprezentare:

-accelerația unei **particule de lichid** (sistem lagrangean):

$$a_x = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \quad a_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad a_z = \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

-accelerația într-un **punct al câmpului/domeniului** de curgere (sistem eulerian) :

$$\vec{a} = \frac{D\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + v_x \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial z}$$

cu cele două componente

-accelerația locală:

$$\vec{a}_l = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$$

-accelerația spațială:

$$\vec{a}_s = v_x \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial z}$$