

6.3. Legea lui Darcy	1
6.3.1. Experimentul Darcy	1
6.3.2. Sarcina piezometrică	2
6.3.3. Domeniul de valabilitate al legii lui Darcy	3
6.2.4. Generalizarea legii lui Darcy	4

6.3. Legea lui Darcy

Legea lui Darcy este o lege fizică care descrie curgerea unui fluid printr-un mediu granular saturat și a fost stabilită experimental de Henry Darcy.

6.3.1. Experimentul Darcy

Legea lui Darcy, stabilită experimental în jur de 1856, pe baza studiilor experimentale asupra alimentării cu apă din Dijon, Franța, arată că debitul de fluid (Q) filtrat **laminar** printr-un mediu **granular saturat** este proporțional cu (**Fig.1**):

- reducerea sarcinii piezometrice ($H_A - H_B$) prin mediul respectiv
- lungimea drumului parcurs (L)
- secțiunea de curgere (Ω - secțiunea transversală a tubului umplut cu material granular saturat cu apă)

Conductivitatea hidraulică (K) este utilizată ca factor de proporționalitate în relația empirică a legii lui Darcy:

$$Q = -K \cdot \Omega \cdot \left(\frac{H_A - H_B}{L} \right)$$

Introducând notațiile:

V - viteză de filtrare/viteza lui Darcy/viteza aparentă:

q - debit specific

$$V = \frac{Q}{\Omega} = q$$

I - **gradient hidraulic**:

$$I = \frac{H_A - H_B}{L}$$

se ajunge la forma sintetică a legii lui Darcy:

$$V = q = -K \cdot I$$

Gradientul hidraulic (I) este expresia sintetică a forțelor care acționează asupra **apei hidrodinamic active**, apa care se deplasează sub acțiunea câmpului gravitațional, din zonele cu energie mare spre zonele cu energie mai mică.

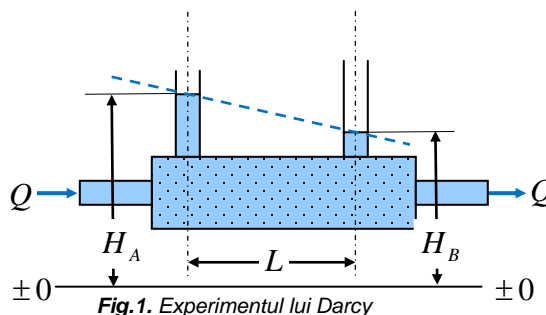


Fig.1. Experimentul lui Darcy

6.3.2. Sarcina piezometrică

Mișcarea apei subterane prin mediile poroase este un proces consumator de energie: se consumă energie mecanică care se disipează sub formă de energie termică.

Potențialul energetic al unității de masă de apă subterană într-un punct din spațiu ($P(x,y,z)$), reprezentat în cea mai mare parte de energia mecanică, se calculează în raport cu un **sistem de referință**. Potențialul fluidului (φ) este definit ca **lucrul mecanic** necesar transformării **unității de masă** de apă din **starea inițială** (p_0, T_0, V_0, z_0) în **starea finală** (p, T, V, z) și are următoarele componente (**Fig.2**):

- lucrul mecanic necesar ridicării unității de greutate de la z_0 la z :

$$L_1 = g \cdot (z - z_0)$$

- lucrul mecanic necesar trecerii de la presiunea (p_0) la presiunea (p) printr-o comprimare izotermă, exprimat în funcție de presiune și densitatea apei (ρ):

$$L_2 = \frac{p - p_0}{\rho}$$

- lucrul mecanic necesar creșterii vitezei unității de masă de apă de la V_0 la V

$$L_3 = \frac{(V - V_0)^2}{2}$$

Dacă sistemul de referință este reprezentat prin:

- nivelul mării: $z_0 = 0$
- presiunea atmosferică: $p_0 = 0$
- dinamica inițială nulă: $V_0 = 0$

potențialul specific al **unității de greutate** în câmp gravitațional este:

$$\varphi = z + \frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{V^2}{2 \cdot g}$$

și este numit în practica hidrogeologică **nivel piezometric**. Nivelul piezometric poate fi măsurat într-un piezometru, în raport cu nivelul mării (z_0 , **Fig.2**).

Mișcarea apei subterane se face cu viteze reduse, de ordinul centimetrilor pe secundă, condiții în care componenta cinetică a potențialului este neglijabilă iar potențialul/sarcina piezometrică are expresia:

$$\varphi = H = z + \frac{p}{\rho \cdot g}$$

În legea lui Darcy, diferența de potențial dintre două puncte situate pe direcția de curgere a apei subterane ($H_A - H_B$) reprezintă lucrul mecanic efectuat de forțele care pun în mișcare unitatea de greutate de apă. Efectul acestor forțe este viteza de deplasare a apei subterane, **acelerația fiind neglijabilă** datorită caracterului puternic disipativ al procesului de curgere.

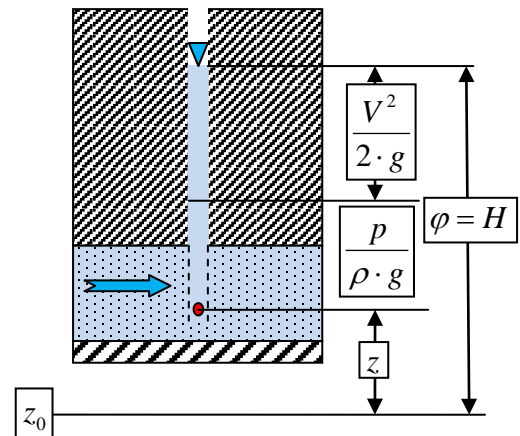


Fig.2. Potențialul specific (φ) și sarcina piezometrică (H) a unității de greutate de apă în câmp gravitațional

6.3.3. Domeniul de valabilitate al legii lui Darcy

Legea lui Darcy este validată în cazul vitezelor de deplasare reduse de ordinul $V \in \left[1 \div 10 \frac{cm}{s} \right]$ și regim laminar de curgere, condiții în care se menține relația de linearitate între

gradientul hidraulic și viteza de filtrare/aparentă / viteza Darcy.

Relația gradient hidraulic-viteză de filtrare este marcată de trei valori particulare ale gradientului hidraulic (**Fig.3**):

- **gradient critic** (I_{cr}) –valoarea minimă a gradientului hidraulic care determină deplasarea apei subterane. Sub această valoare a gradientului hidraulic apa nu se deplasează.
- **gradientul limită inferioară** (I_{inf}) care împreună cu **gradientul critic** delimitează domeniul inferior pe care relația între gradient și viteza de filtrare este nelineară.
- **Gradientul limită superioară** (I_{sup}) care delimitează împreună cu **gradientul limită inferioară** (I_{inf}) domeniul de linearitate al corelației dintre viteza de filtrare și gradientul hidraulic (valabilitate totală a legii lui Darcy). La valori ale gradientului hidraulic mai mari decât **gradientul limită superioară** (I_{sup}) curgerea devine turbulentă iar relația dintre gradientul hidraulic și viteza de filtrare nelineară.

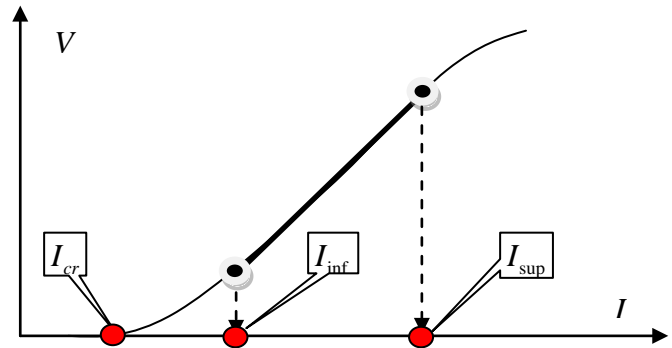


Fig.3. Domeniul de valabilitate al legii lui Darcy

Trecerea de la regimul laminar de curgere la cel turbulent este cuantificată empiric prin intermediul numărului adimensional Reynolds, care în cazul curgerii prin medii poroase este estimat cu relația:

$$R_e = \frac{V \cdot d}{\nu}$$

în care

V -viteza de filtrare /debitul specific (q)

d -dimesiunea spațiului de curgere care poate fi reprezentată prin:

- d – diametrul mediu al porilor
- d_{10} - diametrul eficace, diametrul corespunzător fracțiunii de 10% pe curba granulometrică cumulativă a formațiunii granulare prin care curge apa.
- ν -vâscozitatea cinematică

Pentru $R_e > 150$, curgerea devine turbulentă iar corelația dintre **gradientul hidraulic** (I)

și **viteza de filtrare** (V) este de tipul:

$$I = a \cdot V + b \cdot V^2 \quad \text{în care}$$

$$a = 150 \cdot \frac{(1-n) \cdot \mu}{\rho \cdot g \cdot n^3 \cdot d^2} \quad \text{și} \quad b = 175 \cdot \frac{1-n}{4 \cdot g \cdot n^3 \cdot d} \quad (\text{Lozeney-Carman})$$

n - porozitatea totală a formațiunii granulare; ρ - densitatea apei

μ -vâscozitatea dinamică; g - accelerația gravitațională.

6.2.4. Generalizarea legii lui Darcy

Conceptul de mediu continuu permite operarea cu **funcții de punct** și câmpuri, în abordare euleriană, pentru toți **factorii** care condiționează curgerea apei subterane:

- funcție de sarcină piezometrică → câmpul sarcinii piezometrice ($\varphi(x, y, z)$)
- funcție de viteză → câmpul vitezelor de filtrare ($V(x, y, z, t)$)
- funcție de conductivitate hidraulică → câmpul conductivității hidraulice ($K(x, y, z)$)

Legea lui Darcy generalizată, într-un **mediu continuu** pentru care se cunoaște câmpul sarcinii piezometrice și al conductivității hidraulice, are forma:

$$\vec{V} = \begin{vmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{vmatrix} \cdot \left(\frac{\partial H}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial H}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial H}{\partial z} \cdot \vec{k} \right) = |K| \cdot \text{grad}(H)$$

în care

$|K|$ - tensorul conductivității hidraulice

$\text{grad}(H)$ - gradientul hidraulic al sarcinii piezometrice/potențialul apei subterane

Diversitatea mediilor prin care curge apa subterană impune particularizări ale legii lui Darcy care minimizează erorile aplicării unei legi empirice definite pentru anumite condiții în condiții care diferă semnificativ de domeniul experimental de bază.

Corecțiile se aplică în cazul celor trei categorii importante de medii prin care curge apa subterană:

- Mediu poros
- Mediu fisural
- Mediu fisural-poros

Aceste corecții vizează heterogenitatea conductivității hidraulice din mediile poroase și particularitățile fisurilor prin care se deplasează apa subterană.

Caracteristicile curgerii apei subterane în mediul poros sunt determinate în principal distribuția spațială a **conductivității hidraulice**.

Mediile poroase, în funcție de distribuția spațială a conductivității hidraulice sunt separate în:

- Mediu poros
 - Omogen
 - Heterogen
- Mediu poros
 - Izotrop
 - Anizotrop

Legea lui Darcy este valabilă pentru un **mediu poros omogen, izotrop și saturat**, iar aplicarea ei într-un mediu poros heterogen și anizotrop se face prin diverse proceduri de echivalare a acestuia cu unul izotrop și omogen, proceduri alese în funcție de tipul heterogenității (graduale/zonale) și gradul de anizotropie.