

6.4.1.A. Curgere netaționară cu suprafață liberă .....	1
1. Model matematic .....	1
2. Date necesare .....	3
3. Succesiunea prelucrărilor .....	3
3.1. Calculul parametrilor acviferului .....	3
3.1.1. Calculul funcției $erfc(\lambda)$ .....	3
3.1.2. Calculul argumentului $\lambda$ .....	3
3.1.3. Calculul coeficientului de difuzivitate hidraulică .....	4
3.1.4. Calculul transmisivității acviferului .....	4
3.1.5. Calculul grosimii medii a acviferului .....	4
3.1.6. Calculul conductivității hidraulice .....	4
3.2. Prognoza evoluției sarcinii piezometrice .....	4
3.2.1. Calculul componente netaționare a sarcinii piezometrice .....	5
3.2.2. Calculul componente staționare a sarcinii piezometrice .....	5
3.2.3. Calculul sarcinii piezometrice totale .....	5
3.2.4. Reprezentarea grafică a variației sarcinii piezometrice .....	5

### 6.4.1.A. Curgere netaționară cu suprafață liberă

Modelul curgerii netaționare a curgerii cu suprafață liberă, permite:

- estimarea parametrilor acviferului cu nivel liber
- prognoza evoluției sarcinii piezometrice datorată unei perturbări locale produse pe una din frontierele acviferului.

#### 1. Model matematic

Ecuția curgerii în **regim netaționar** pentru un acvifer cu suprafață liberă omogen și izotrop, pentru soluționare analitică, impune o serie de simplificări care conduc la **schematizarea spațială și parametrică**:

- curgere **unidimensională**: curgerea este identică în plane verticale și paralele, adică sarcina piezometrică nu variază decât în funcție de x

$$a \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{w}{S} \pm \frac{\varepsilon}{S} = \frac{\partial h}{\partial t}$$

- curgere **conservativă**: acviferul cu nivel liber:

- nu este alimentat prin infiltrații :  $w = 0$

- nu este alimentat prin drenanță:  $\varepsilon = 0$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = a \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$$

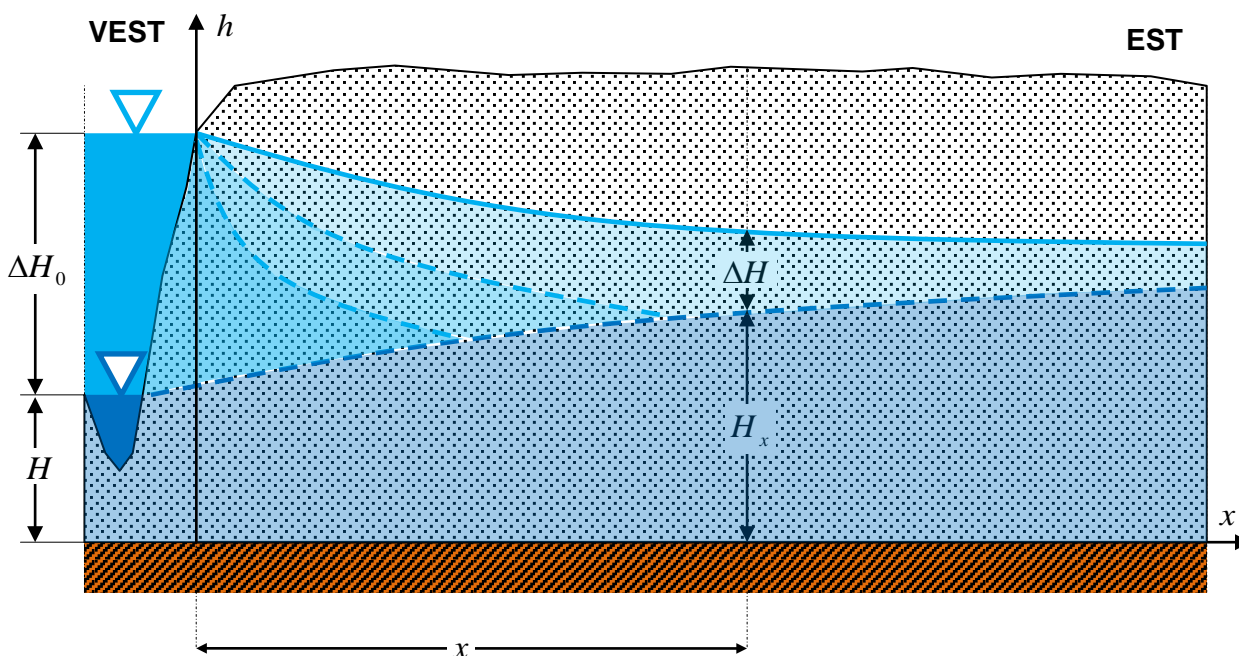
- condițiile pe frontiere pentru integrarea ecuației curgerii **nestaționare, unidimensionale și conservative (Fig.3)**:

- **VEST**: sarcină piezometrică variabilă (nivelul apei din râu/lac/canal)

$$\Delta H(0,t) = \Delta H_0$$

- **EST**: sarcină piezometrică practic constantă:

$$\frac{\partial(\Delta H(x,t))}{\partial x} = 0 \quad \text{pentru } (x \rightarrow \infty \text{ și } t = t)$$



**Fig.3.** Condițiile pe contur pentru curgerea unidimensională nestaționară și conservativă în acviferul cu nivel liber

Pentru aceste simplificări, **soluția** ecuației **curgerii unidimensionale, nestaționare pentru un acvifer cu nivel liber** din lunca unui râu (**Fig.3**) este:

$$\Delta H(x,t) = \Delta H_0 \cdot \text{erfc}(\lambda)$$

în care

$\Delta H_0$  -modificarea sarcinii piezometrice pe contur

$\text{erfc}(\lambda)$  -complementara funcției  $\text{erf}(\lambda)$ :

$$\text{erfc}(\lambda) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^\lambda e^{-\lambda^2} d\lambda$$

$$\text{cu } \lambda = \frac{x}{2 \cdot \sqrt{a \cdot t}} \text{ și } h_m = \frac{(H + \Delta H_0) + (H_x + \Delta H)}{2}$$

## 2. Date necesare

Datele necesare evaluării parametrilor acviferului și prognozei evoluției sarcinii piezometrice se obțin pe baza unui program de monitorizare în care se măsoară (**Fig.3**):

- $H$  - sarcina piezometrică în acviferul freatic:
  - în momentul inițial  $t_0$
  - pe frontiera vestică  $x = 0$
- $H_x$  - sarcina piezometrică a acviferului freatic:
  - în momentul inițial  $t_0$
  - distanța  $x$
- $\Delta H_0$  - variația bruscă a sarcinii piezometrice pe frontiera vestică:
- $\Delta H(x, t)$  - variația sarcinii piezometrice:
  - înregistrată în momentul :  $t$
  - la distanța  $x$
- $n_e$  - porozitatea eficace a acviferului (determinată în laborator pe probe recoltate din carotele preluate de la forajele executate pentru monitorizarea variației nivelului piezometric).

## 3. Succesiunea prelucrărilor

### 3.1. Calculul parametrilor acviferului

#### 3.1.1. Calculul funcției $erfc(\lambda)$

Se utilizează ecuația modelului,  $\Delta H(x, t) = \Delta H_0 \cdot erfc(\lambda)$  din care rezultă:

$$erfc(\lambda) = \frac{\Delta H(x, t)}{\Delta H_0}$$

#### 3.1.2. Calculul argumentului $\lambda$

Pentru calculul argumentului funcției  $erfc(\lambda)$  se utilizează tabelele funcției (<http://www.ahgr.ro/media/159272/comperfnfnc.pdf>) sau funcția excel:

$$\text{Inverfc}(p) = -\text{NormsInv}(p/2)/\text{Sqrt}(2)$$

**Nota.** Pentru argumentul funcției  $erf(\lambda)$  se poate utiliza în excel formula:

$$\text{Inverf}(p) = \text{Sqrt}(\text{GammaInv}(p, 0.5, 1))$$

### 3.1.3. Calculul coeficientului de difuzivitate hidraulică

Se utilizează expresia argumentului funcției  $erfc(\lambda)$ :

$$\lambda = \frac{x}{2 \cdot \sqrt{a \cdot t}} \text{ din care rezultă } a = \frac{x^2}{4 \cdot \lambda^2 \cdot t} \quad (x = 30m; t = 3zile)$$

### 3.1.4. Calculul transmisivității acviferului

Se utilizează relația dintre transmisivitate ( $T$ ), coeficientul de difuzivitate hidraulică ( $a$ ) și coeficientul de înmagazinare ( $n_e$  - porozitatea eficace, în cazul acviferului sub cu nivel liber):

$$T = a \cdot n_e$$

### 3.1.5. Calculul grosimii medii a acviferului

Se utilizează relația:

$$h_m = \frac{(H + \Delta H_0) + (H_x + \Delta H)}{2}$$

### 3.1.6. Calculul conductivității hidraulice

Se utilizează relația dintre transmisivitate și conductivitatea hidraulică:

$$T = K \cdot h_m$$

## 3.2. Prognoza evoluției sarcinii piezometrice

Prognoza evoluției sarcinii piezometrice se face pentru a evalua efectul modificării sarcinii piezometrice pe frontiera de VEST a acviferului (**Fig.1**).

Efectul creșterii bruște a sarcinii piezometrice pe frontiera de VEST cu valoarea  $\Delta H_0$  a produs o sarcină piezometrică totală:

$$H_{Total\_VEST} = H + \Delta H_0 = 28.86m$$

După 3 zile, la 30m de frontiera de VEST, datorită transmiterii efectului acestei ridicări bruște, sarcina piezometrică totală este:

$$H_{Total}(30,3) = H_{30} + \Delta H(30,3) = 21,00m$$

Pe baza acestor date de monitorizare și utilizând **coeficientului de difuzivitate hidraulică** calculat ( $a = 1,06 \cdot 10^{-3} \frac{m^2}{s}$ ) se va prognoza variația sarcinii piezometrice pe distanța

$x = 100m$  la momentul  $t = 10zile$  de la modificarea sarcinii piezometrice pe frontiera de VEST.

Variația sarcinii piezometrice are două componente:

- Componenta **nestaționară** care va fi calculată utilizând modelul:

$$\Delta H(x, t) = \Delta H_0 \cdot erfc(\lambda)$$

- Componenta **staționară** care va fi calculată utilizând modelul:

$$H(x) = \sqrt{H^2 + \frac{H_{30}^2 - H^2}{30} \cdot x}$$

3.2.1. Calculul componentei netaționare a sarcinii piezometrice

Se utilizează formula:

$$\Delta H(x, t) = \Delta H_0 \cdot \operatorname{erfc}(\lambda)$$

și pentru  $a = 1,06 \cdot 10^{-3} \frac{m^2}{s}$ ,  $x = 0, 20, 30, 40, 50, 70, 90, 100$  m și  $t = 10$  zile se calculează:

- $\lambda(x, a, t)$
- $\Delta H(x, t)$

3.2.2. Calculul componentei staționare a sarcinii piezometrice

Se utilizează formula:

$$H(x) = \sqrt{H^2 + \frac{H_{30}^2 - H^2}{30} \cdot x}$$
 pentru  $x = 0, 20, 30, 40, 50, 70, 90, 100$  m

3.2.3. Calculul sarcinii piezometrice totale

Se însumează cele două componente rezultând sarcina piezometrică totală ( $H_{Total}(x, t)$ ):

$$H_{Total}(x, t) = H(x) + \Delta H(x, t)$$

3.2.4. Reprezentarea grafică a variației sarcinii piezometrice

Se reprezintă grafic:

- Variația componentei staționare a sarcinii piezometrice:  $H(x)$
- Variația sarcinii piezometrice totale:  $H_{Total}(x, t)$
- Poziția piezometrului în care s-a măsurat  $H_{Total}(30, 3) = H_{30} + \Delta H(30, 3) = 21,00m$  la 3 zile după modificarea sarcinii piezometrice pe frontiera VEST.

**NOTA.** Pentru ilustrarea sugestivă a regimului netaționar al curgerii este recomandat să se calculeze variația sarcinii piezometrice pentru diverse valori ale lui  $t \in [1, 100]$  zile. Acest calcul se poate face imediat utilizând **fișierul xls anexat**, prin modificarea valorilor lui  $t$  din coloana H (H3:H10), fișier în care este rezolvată toată aplicația conform succesiunii prelucrărilor prezentate.

