

6.4.1. Ecuația generală a curgerii cu suprafață liberă

Cea mai intuitivă metodă pentru stabilirea ecuației curgerii apei subterane este **metoda bilanțului**, aplicat unui **volum elementar reprezentativ (VER)** (eng. *Representative Elementary Volume*). **VER** este un volum infinit mic care are caracteristicile acviferului în care curge apa subterană și pentru care se stabilește ecuația de curgere.

Metoda bilanțului, aplicată VER considerat omogen și izotrop, ia în considerare debitul unitar care traversează acest volum descompus în trei componente orientate paralel cu direcțiile axelor sistemului de referință (OX, OY, OZ) (**Fig. 1**).

Introducerea **caracteristicilor hidrofizice ale acviferului** (K -conductivitatea hidraulică, a -difuzivitatea hidraulică și S -coeficientul de înmagazinare) și a **necunoscutei** ecuației de curgere a apei subterane (H -**sarcina piezometrică**) se face prin intermediul **legii lui Darcy** care permite evaluarea **vitezei de curgere** a apei subterane:

- $v_x = -K \cdot \frac{\partial H}{\partial x}$ pe direcția OX
- $v_y = -K \cdot \frac{\partial H}{\partial y}$ pe direcția OY

și exprimarea debitelor specifice prin relațiile:

- $q_x = v_x \cdot h = -K \cdot h \cdot \frac{\partial H}{\partial x}$ pe direcția OX
- $q_y = v_y \cdot h = -K \cdot h \cdot \frac{\partial H}{\partial y}$ pe direcția OY

Volumul de apă înmagazinat/eliminat în VER prin modificarea poziției suprafeței piezometrice în intervalul de timp dt este:

- $V = \frac{\partial H}{\partial t} \cdot dt \cdot dx \cdot dy \cdot S$

în care

S -coeficientul de înmagazinare a apei:

- $S = n_e$ pentru un acvifer cu nivel liber
 - n_e -porozitatea efectivă
- $S = \rho_{apa} \cdot g \cdot (\alpha + n \cdot \beta)$ pentru un acvifer sub presiune
 - ρ_{apa} -densitatea apei
 - g -accelerația gravitațională
 - α -coeficientul de compresibilitate a scheletului mineral
 - n -porozitatea totală
 - β -coeficientul de compresibilitate al apei

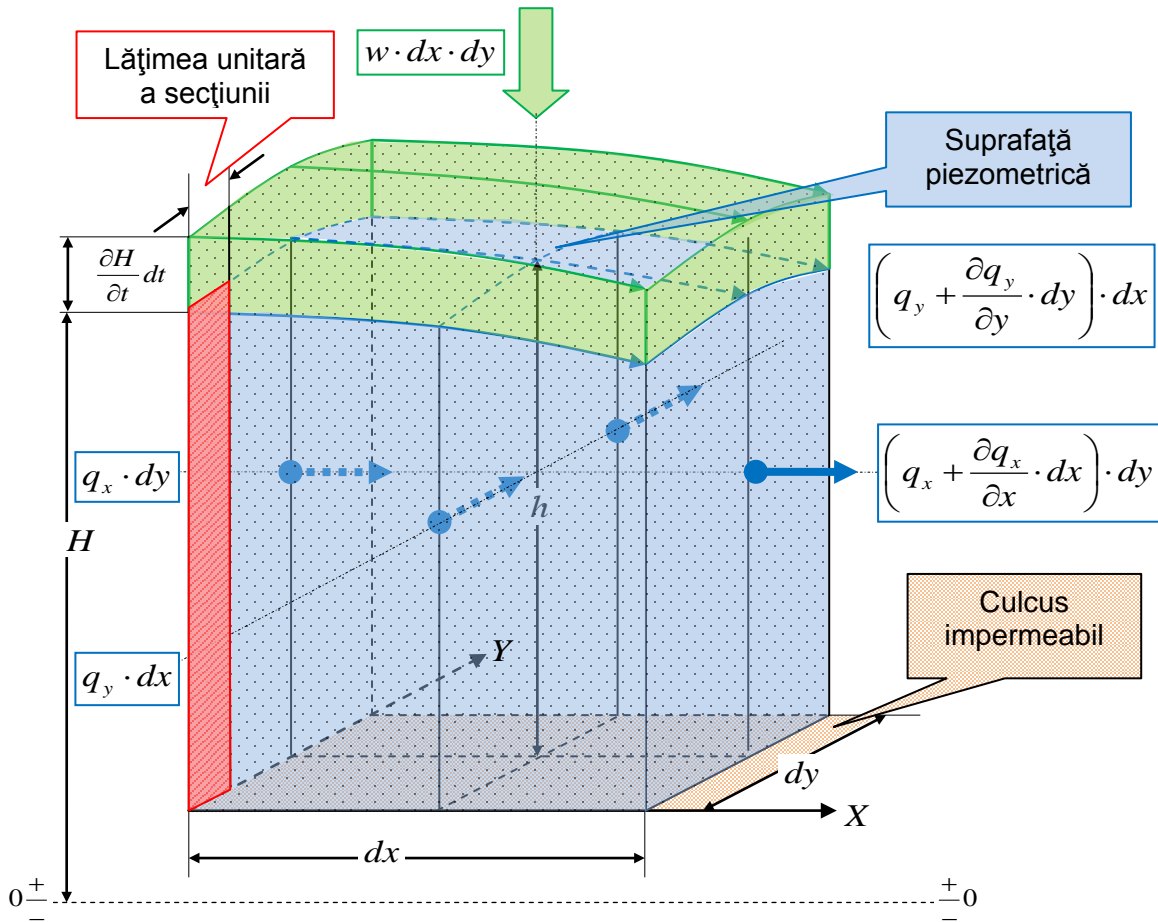


Fig.1. Volumul elementar reprezentativ utilizat ca suport pentru metoda bilanțului hidric.

Elementele bilanțului hidric pentru un **volum elementar reprezentativ** (Fig. 5.3.1) sunt:

- q_x - debitul specific **unitar** (pe o lățime unitară și toată grosimea VER) pe direcția OX;
- q_y - debitul specific **unitar** pe direcția OY;
- $q_x \cdot dy$ - debitul total care intră în VER pe direcția OX;
- $q_y \cdot dx$ - debitul total care intră în VER pe direcția OY;
- $\left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot dy$ - debitul total care iese din VER pe direcția OX;
- $\left(q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} \cdot dy \right) \cdot dx$ - debitul total care iese din VER pe direcția OY;
- $w \cdot dx \cdot dy$ - debitul total infiltrat în VER pe direcția OZ.

Ecuția de **bilanț hidric** pentru VER stabilită pe baza componentelor (**Tabelul 5.3.1**)

Tabelul 5.3.1. Elementele ecuație de bilanț pentru V.E.R.

Direcția	INTRARI	IESIRI	STOCARE
OX	$q_x \cdot dy \cdot dt$	$\left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot dy \cdot dt$	$V = \frac{\partial H}{\partial t} \cdot dt \cdot dx \cdot dy \cdot S$
OY	$q_y \cdot dx \cdot dt$	$\left(q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} \cdot dy \right) \cdot dx \cdot dt$	
OZ	$w \cdot dx \cdot dy \cdot dt$		

pe direcțiile axelor sistemului de coordonate (OX, OY, OZ) este:

$$q_x \cdot dy \cdot dt - \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot dy \cdot dt + q_y \cdot dx \cdot dt - \left(q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} \cdot dy \right) \cdot dx \cdot dt + w \cdot dx \cdot dy \cdot dt = \frac{\partial H}{\partial t} \cdot dt \cdot dx \cdot dy \cdot S$$

și după simplificare:

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} + w = \frac{\partial H}{\partial t} \cdot S$$

Înlocuind expresiile debitelor unitare în funcție de legea lui Darcy se obține ecuația lui Boussinesq (ecuație diferențială nelineară care nu poate fi rezolvată decât pentru anumite cazuri particulare):

$$\frac{\partial \left(h \cdot K \cdot \frac{\partial H}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(h \cdot K \cdot \frac{\partial H}{\partial y} \right)}{\partial y} + w = \frac{\partial H}{\partial t} \cdot S$$

care poate fi **linearizată** prin introducerea următoarelor schematizări:

- culcușul acviferului este **orizontal** și plasat la **nivelul de referință** (± 0), astfel încât $H = h$
- modificarea sarcinii piezometrice de-a lungul liniei de curent ce traversează V.E.R este foarte mică, astfel că **grosimea medie a acviferului** (h_m) poate fi considerată egală cu **sarcina piezometrică** (H): $h_m = h = H$
- acviferul este omogen și izotrop: $K = const.$

sub forma:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{w}{K \cdot h_m} = \frac{S}{K \cdot h_m} \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

sau introducând parametrul **difuzivitate hidraulică**: $a = \frac{K \cdot h_m}{S}$

sub forma:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{w}{T} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

sau:

$$a \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + a \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{w}{S} = \frac{\partial h}{\partial t}$$

Dacă **acviferul cu nivel liber** este alimentat și prin **drenanță** (ε) prin intermediul unui strat semipermeabil, **ecuația generală linearizată a curgerii cu suprafață liberă, nestaționară și neconservativă** se completează cu un termen suplimentar, și are forma:

$$a \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + a \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{w}{S} \pm \frac{\varepsilon}{S} = \frac{\partial h}{\partial t} \quad \text{cu} \quad a = \frac{K \cdot h_m}{S}$$

în care

a -coeficientul difuzivității hidraulice

h_m -grosimea medie a acviferului cu nivel liber

S -coeficientul de înmagazinare

$S = n_e$ pentru un acvifer cu nivel liber

n_e -porozitatea efectivă,

H - sarcina piezometrică în acviferul freatic ($h = H$; **Fig.2**),

x -distanța de-a lungul axei OX

y -distanța de-a lungul axei OY

w -modulul de infiltrare

ε -intensitatea drenanței

K' - conductivitatea hidraulică a culcușului semipermeabil

m - grosimea culcușului semipermeabil

H_0 -sarcina piezometrică în acviferul sub presiune care alimentează prin drenanță acviferul cu nivel liber/freatic.

± 0 -nivel energetic de referință

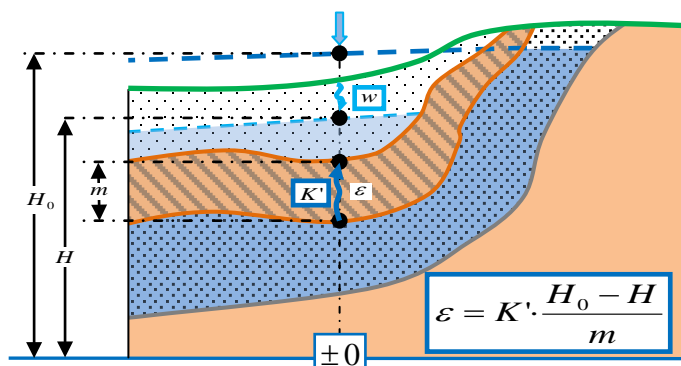


Fig.2. Alimentarea acviferului freatic (w -infiltrare și ε - drenanță)