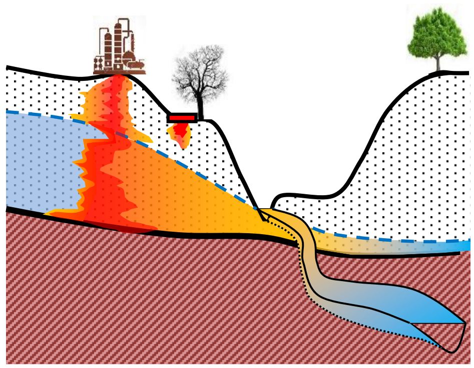
TRANSPORTUL CONTAMINANŢILOR ÎN REŢEAUA HIDROGRAFICĂ MODEL MATEMATIC



3.1.1. Modelarea transportului contaminanţilor în reţeaua hidrografică

Introducere

Soluţiile transportate de reţeaua hidrografică şi curenţii de apă cu nivel liber:

- artificiale - poluanţi: pesticide, hidrocarburi etc.
- naturale- gaze dizolvate, nutrienţi etc.

Procese fizice ale care controlează transportul contaminaţilor în curenţii de apă:

- advecţia - transportul soluţiilor cu *viteza medie* de curgere a apei;
- difuzia –transportul soluţiilor datorită agitatiei moleculare
- dispersia - transportul soluţiilor datorat *difuziei moleculare* şi *variaţiei vitezei*;

NOTĂ: Difuzia este semnificativă la viteze reduse ale curentului de apă (în lacuri şi în acvifere granulare) şi nesemnificativă atunci când viteza de curgere a curentului de apă este mare (râuri, acvifer carstice/fisurate).

3.1.1.1. Modelul matematic al transportului contaminanţilor

Ecuaţia advecţie-dispersie descrie cantitativ procesele ***fizice*** dominante care controlează variaţia în ***timp*** şi ***spaţiu*** a ***concentraţiei*** soluţiilor din râuri sau curenţi de apă. Ecuaţia este stabilită în condiţiile respectării ***legii conservării masei*** cu un număr semnificativ de simplificări ale condiţiilor naturale:

- ***volumul*** (V) pentru care se stabileşte ecuaţia de conservare a masei este ***constant***;
- curentul de apă are o curgere ***uniformă*** din punct de vedere ***spaţial***:
    - ***secţiunea de curgere***(A) este ***constantă***
    - ***Viteza*** (U) de curgere în ***profil vertical*** este constantă
    - Viteza (U) de curgere în ***profil orizontal*** este constantă

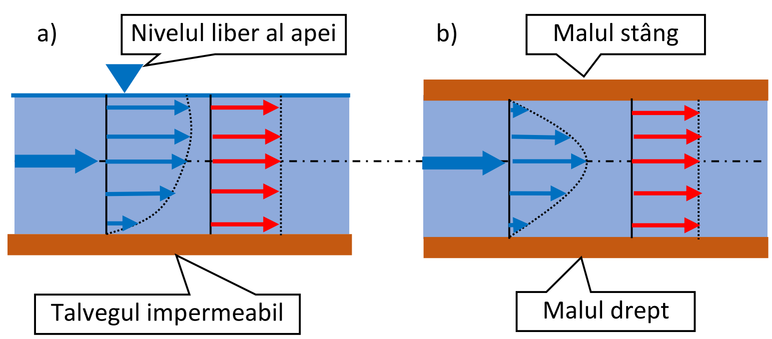


Fig.3.1.1_1. *Variaţia vitezei de curgere a apei în profil vertical (a) şi profil orizontal (b) pentru o curgere neuniformă (**albastru**) şi pentru o curgere uniformă din punct de vedere spaţial (**roşu**)*

- Curentul de apă are ***curgere staţionară***, adică:
    - Viteza (U) de curgere este constantă în timp
    - Volumul (V) de apă este constant în timp

- Curgerea apei este paralelă cu direcţia axei Ox şi perpendicular pe planul YOZ (se neglijează ***debitele laterale*** (q_L) care traversează planele XOZ şi XOY; ***Fig.3.1.1_2***).

În condiţiile modelului simplificat al curgerii curentului de apă, termenii ***ecuaţiei generale a conservării debitului masic*** al contaminantului pentru volumul elementar (V) sunt:

Debit masic acumulat= Debit masic intrat-Debit masic ieşit

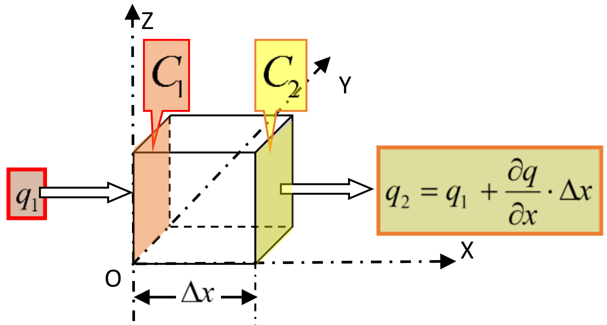


Fig.3.1.1._2. *Unitatea de volum (V) pentru definirea componentelor ecuaţie conservării debitului masic*

Debitul masic (de contaminant) ***acumulat*** (variaţia masei din volumul $V[L^3]$ în unitatea de timp): $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\partial m}{\partial t}$

- Masa de contaminant ($m[M]$): $m = V \cdot C$ (concentraţia contaminantului: $C[M \cdot L^{-3}]$):
- Debitul masic de contaminant acumulat devine: $\boxed{V \cdot \frac{\partial C}{\partial t}}$; $[L^3] \cdot \left[\frac{M}{L^3}\right] \cdot [T^{-1}] = \left[\frac{M}{T}\right]$

Debitul masic (de contaminant) ***intrat*** (în volumul $V[L^3]$în unitatea de timp): $\boxed{q_1}$ cu două componente:

- Debitul ***intrat*** datorat ***advecţiei***: $\boxed{q_{1\_adv} = U \cdot C_1 \cdot A}$
  - A -secţiunea de curgere, perpendicular pe direcţia de curgere (OX)
  - C_1 -concentraţia contaminantului în secţiunea 1, de intrare în volumul $V[L^3]$
- Debitul ***intrat*** datorat ***dispersiei*** (conform legii lui Fick): $\boxed{q_{1\_disp} = -D_L \cdot \frac{\partial C_1}{\partial x} \cdot A}$
  - D_L –coeficientul dispersiei longitudinale $[L^2 \cdot T^{-1}]$

Debitul masic (de contaminant) ***ieşit*** (în volumul $V[L^3]$în unitatea de timp): $\boxed{q_2 = q_1 + \frac{\partial q}{\partial x} \cdot \Delta x}$ cu:

- Debitul ***ieşit*** datorat ***advecţiei***: $\boxed{q_{2\_adv} = U \cdot C_2 \cdot A = U \cdot C_1 \cdot A + U \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \cdot \Delta x \cdot A}$
  - A -secţiunea de curgere, perpendicular pe direcţia de curgere (OX)
  - C_1 -concentraţia contaminantului în secţiunea 1, de intrare în volumul $V[L^3]$
- Debitul ***ieşit*** datorat ***dispersiei*** (conform legii lui Fick):

$$\boxed{q_{2\_disp} = -D_L \cdot \frac{\partial C_2}{\partial x} \cdot A = -\left(D_L \cdot \frac{\partial C_1}{\partial x} \cdot A + D_L \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \cdot \Delta x \cdot A\right)}$$

  - D_L –coeficientul dispersiei longitudinale $[L^2 \cdot T^{-1}]$
  - C_2 -concentraţia contaminantului în secţiunea 2, de ieşire din volumul $V[L^3]$

Ecuaţia advecţie-dispersie, prin asamblarea termenilor explicitaţi devine:

$$V \cdot \frac{\partial C}{\partial t} = q_{1\_adv} + q_{1\_disp} - \left(q_{2\_adv} + q_{2\_disp}\right)$$

$$V \cdot \frac{\partial C}{\partial t} = \underline{U \cdot C_1 \cdot A} - \underline{D_L \cdot \frac{\partial C_1}{\partial x}} \cdot A - \underline{U \cdot C_1 \cdot A} - U \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \cdot \Delta x \cdot A + \underline{D_L \cdot \frac{\partial C_1}{\partial x}} \cdot A + D_L \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \cdot \Delta x \cdot A$$

iar prin reducerea termenilor asemenea trece la forma:

$$V \cdot \frac{\partial C}{\partial t} = -U \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \cdot \Delta x \cdot A + D_L \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \cdot \Delta x \cdot A$$

în care ţinînd seama că: $V = \Delta x \cdot A$ rezultă

$$\Delta x \cdot A \cdot \frac{\partial C}{\partial t} = -U \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \cdot \Delta x \cdot A + D_L \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \cdot \Delta x \cdot A$$

care prin simplificare ajunge la forma finală:

$$\boxed{\frac{\partial C}{\partial t} = -U \cdot \frac{\partial C}{\partial x} + D_L \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}}$$

Forma simplificată a ecuaţiei advecţie-dispersie pentru transportul soluţiilor în reţeaua hidrografică poate fi completată cu ***termeni suplimentari*** care reprezintă procese neglijate în modelul simplificat:

- ***variaţia secţiunii*** transversale de curgere
- ***aportul lateral*** de debit (q_L)
- ***stocarea temporară*** de contaminant (C_S ; $\left[M \cdot L^{-3}\right]$; Bencala and Walters, 1983):

$$\frac{dC_S}{dt} = \alpha \cdot \frac{A}{A_S} \cdot \left(C - C_S\right)$$

  - A_S –secţiunea transversală a zonei de stocare tranzitorie
  - α –coeficientul de transfer dintre zona de stocare şi curentul principal de fluid
  - C_L -concentraţia contaminantului din aportul lateral

$$\boxed{\frac{\partial C}{\partial t} = -U \cdot \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left(A \cdot D_L \cdot \frac{\partial C}{\partial x}\right) + \frac{q_L}{A} \cdot \left(C_L - C\right) + \alpha \cdot \left(C_S - C\right)}$$

3.1.1.2. SOLUŢII ANALITICE

Soluţiile analitice ale ecuaţiei advecţie-dispersie (în forma simplificată) sunt dezvoltate în funcţie de tipul de surse de contaminare, surse care pot fi separate în:

- ***Surse punctuale*** (deversări ale apelor uzate de la staţiile de epurare, utilităţile industrial etc.):
  - instantanee
  - continui
- ***Surse distribuite*** (curgerea de suprafaţa pe versanţi care antrenează pesticide, ploile acide etc.)
  - instantanee
  - continui

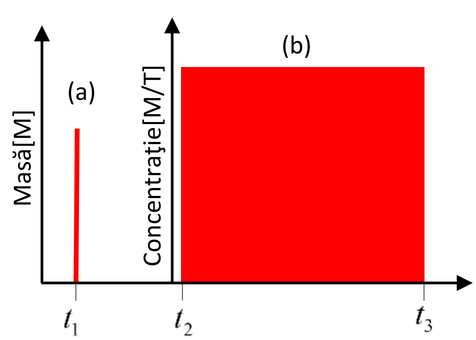


Fig.3.1.1_3*. Surse de contaminare punctuale: instantanee* (a) *şi continuă* (b)

3.1.1.2.1. SURSĂ PUNCTUALĂ INSTANTANEE

Soluţia analitică a ecuaţiei advecţie-dispersie, în varianta simplificată, pentru o sursă ***punctuală instantanee*** (***Fig.3.1.1_3, (a);*** t_1) are forma (Thomann and Mueller, 1987):

$$\boxed{C(x,t) = \frac{M}{2 \cdot A \cdot \sqrt{\pi \cdot D_L \cdot t}} \cdot EXP\left[\frac{-(x - U \cdot t)^2}{4 \cdot D_L \cdot t}\right]}$$

unde:

M -masa contaminantului

x -distanţa în aval de sursa punctuală

3.1.1.2.2. SURSĂ PUNCTUALĂ CONTINUĂ

Soluţia analitică a ecuaţiei advecţie-dispersie, în varianta simplificată, pentru o sursă ***punctuală continuă*** (***Fig.3.1.1_3***, (b)) are forma (Fischer et. Al., 1979):

$$\boxed{C(x,t) = \frac{C_o}{2} \cdot \left[erfc\left(\frac{x - U \cdot t}{2 \cdot \sqrt{D_L \cdot t}}\right) + \exp\left(\frac{U \cdot x}{D_L}\right) \cdot erfc\left(\frac{x + U \cdot t}{2 \cdot \sqrt{D_L \cdot t}}\right)\right]} \text{ pentru } t < \tau$$

unde:

C_0 -concentraţia contaminantului

x -distanţa în aval de sursa punctuală

$\tau = t_3 - t_2$ -durata afluxului de contaminant cu concentraţia C_0

Pentru $t > \tau$ soluţia analitică are forma:

$$\boxed{C(x,t) = \frac{C_o}{2} \cdot \left[erfc\left(\frac{x - U \cdot t}{2 \cdot \sqrt{D_L \cdot t}}\right) - erfc\left(\frac{x - U \cdot (t - \tau)}{2 \cdot \sqrt{D_L \cdot (t - \tau)}}\right)\right] +}$$

$$\boxed{+ \frac{C_o}{2} \cdot \left\{\exp\left(\frac{U \cdot x}{D_L}\right) \cdot \left[erfc\left(\frac{x + U \cdot t}{2 \cdot \sqrt{D_L \cdot t}}\right) - erfc\left(\frac{x + U \cdot (t - \tau)}{2 \cdot \sqrt{D_L \cdot (t - \tau)}}\right)\right]\right\}}$$

BIBLIOGRAFIE SELECTIVĂ

Bencala, K.E. and R.A.Walters, Simulation of solute transport in mountain pool-and-riffle stream: a transient storage model, Water Resour. Res., 19(3), 718-724, 1983

Fischer, H.B., E.J. List, R.C.Y. Koh, J.Imberger and N.H. Brooks, Mixing in Inland and Coastal waters , Academic Press, san Diego, 1979

Robert L. Runkel et. Kenneth E. Bencala, Transport of reacting solutes in rivers and streams, Environmental Hydrology, Vol.15, KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, LONDON, 1995.

Thomann, R.V., and J.A. Mueller, Principle of Surface Water Quality Modeling and Control, Harper and Row, New York, 1987