

**HIDRAULICĂ SUBTERANĂ
(note de curs)***Daniel Scrădeanu*

3.HIDROSTATICA	2
3.1.LEGEA GENERALA A HIDROSTATICII.....	2
3.2. FORMA ENERGETICA A STARII DE REPAUS	4
3.3. REPAUSUL LICHIDELOR GRELE INCOMPRESIBILE	6
3.4. DIAGrame DE PRESIUNI.....	8
3.5. FORȚE HIDROSTATICE.....	10
3.5.1. Forțe hidrostatice pe suprafețe plane	10
Exemple de forțe hidrostatice pentru suprafețe plane regulate	12
Forța hidrostatică pe o suprafață plană sollicitată pe o singură față (m. grafică).....	13
Forța hidrostatică pe o suprafață plană sollicitată pe ambele fețe (m. grafică).....	14
3.5.2. Forțe hidrostatice pe suprafețe curbe deschise	15
3.5.3. Forțe hidrostatice pe suprafețe închise	18
3.6. MODELAREA SEDIMENTĂRII ALUVIUNILOR	20
3.6.1. Caracteristicile aluviunilor	21
3.6.2. Modelarea sedimentării în regim hidrostatic (MS1)	22
3.6.2.1. Modelul spatial	22
3.6.2.2. Modelul parametric	23
3.6.2.3. Modelul energetic	23

3.HIDROSTATICA

HIDROSTATICA studiază lichidele în stare de **repaus** și se bazează pe o serie de principii fundamentale care se aplică mediului continuu (principiul inerției, al reacțiunii și interacțiunii, paralelogramul forțelor), principii care nu pot fi demonstrate dar sunt validate prin consecințele lor.

3.1.LEGEA GENERALA A HIDROSTATICII

Ecuțiile de echilibru pentru un element paralelipipedic de lichid în repaus se obțin particularizând în ecuațiile generale de mișcare Navier această stare de repaus prin:

- $a_x = a_y = a_z = 0$
- $\tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$

Rezultând pentru cele trei axe sistemul de ecuații:

$$OX : \rho \cdot G_x = \frac{\partial p_{xx}}{\partial x}$$

$$OY : \rho \cdot G_y = \frac{\partial p_{yy}}{\partial y}$$

$$OZ : \rho \cdot G_z = \frac{\partial p_{zz}}{\partial z}$$

care înmulțite cu dx , dy , respectiv dz și adunate termen cu termen, conduc la:

$$\rho \cdot (G_x \cdot dx + G_y \cdot dy + G_z \cdot dz) = \frac{\partial p_{xx}}{\partial x} dx + \frac{\partial p_{yy}}{\partial y} dy + \frac{\partial p_{zz}}{\partial z} dz = dp$$

Forța masică \vec{G} derivă dintr-o funcție de potențial $-U$, componentele forței masice pentru unitatea de masă, de-a lungul celor trei axe de coordonate fiind:

$$G_x = -\frac{\partial U}{\partial x}, G_y = -\frac{\partial U}{\partial y}, G_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

Introduse în ecuația de echilibru pentru elementul paralelipipedic de lichid, forțele masice unitare conduc la:

$$\rho \cdot \left(-\frac{\partial U}{\partial x} \cdot dx - \frac{\partial U}{\partial y} \cdot dy - \frac{\partial U}{\partial z} \cdot dz \right) = -\rho \cdot dU = dp$$

În câmpul gravitațional terestru:

$$G_x = G_y = 0 \text{ și}$$

$$G_z = -\frac{dU}{dz} = -g \Leftrightarrow dU = g dz \Rightarrow U = g \cdot z + C$$

În câmpul gravitațional terestru ecuația de echilibru, **legea hidrostaticii**, devine:

$$\rho \cdot g \cdot dz + dp = 0$$

care prin integrare (**Fig.3.1.**) conduce la forma:

$$\rho \cdot g \cdot \int_{z_0}^z dz + \int_{p_0}^p dp = 0$$

$$\rho \cdot g \cdot (z - z_0) + p - p_0 = 0$$

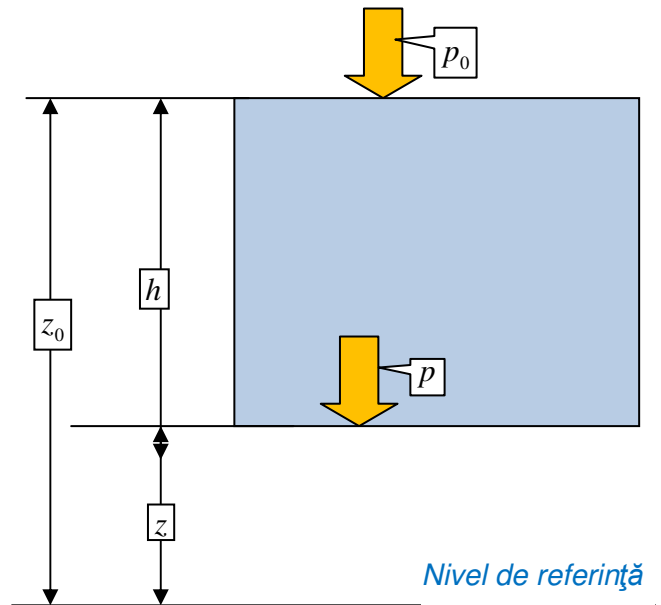


Fig.3.1. Legea hidrostaticii

din care rezultă că:

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot (z_0 - z) = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

în care:

p -presiunea hidrostatică

p_0 -presiunea atmosferică ...statică

ρ -densitatea fluidului (apei)

g -accelerația gravitațională

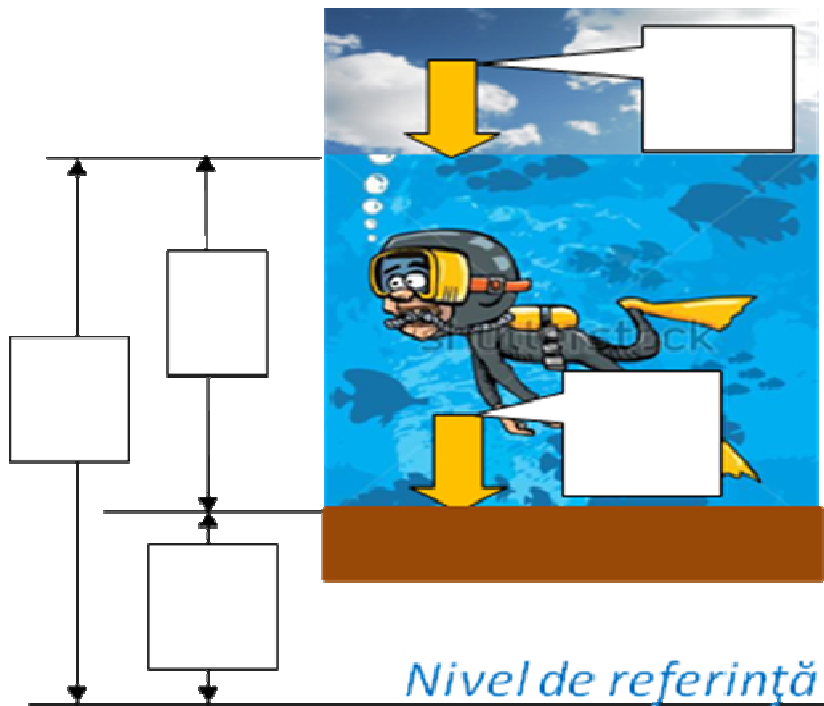
z_0 -cota nivelului apei

z -cota suportului solid pe care stă

un strat de apă

h - grosimea stratului de apă

**Completati
spațiile albe cu
mărimile fizice
corespunzătoare!**



3.2. FORMA ENERGETICA A STARII DE REPAUS

Presiunea exercitată de un fluid în repaus într-un punct (1) din interiorul fluidului de greutate volumică γ , în raport cu un alt punct (2) poate fi scrisă sub forma (Fig.3.6):

$$p_1 = p_2 + \gamma \cdot (z_2 - z_1) \Leftrightarrow z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} = z + \frac{p}{\gamma} = const$$

deoarece punctele (1) și (2) pot fi oricare două puncte din interiorul fluidului.

Înmulțind cu $m \cdot \bar{g}$ (greutatea unei particule de masă m) ambii termeni ai ecuației finale se obține ecuația **conservării energiei** pentru fluidele grele în stare de repaus în câmp gravitațional:

$$m \cdot \bar{g} \cdot z + m \cdot \bar{g} \cdot \frac{p}{\gamma} = const$$

în care

$m \cdot \bar{g} \cdot z$ -energia potențială de poziție a particulei

$m \cdot \bar{g} \cdot \frac{p}{\gamma}$ -energia potențială de presiune.

Presiunile se exprimă frecvent în metri coloană de lichid, modalitate de exprimare care permite o reprezentare grafică sugestivă legată direct de instrumentul clasice de măsurare (tubul piezometric).

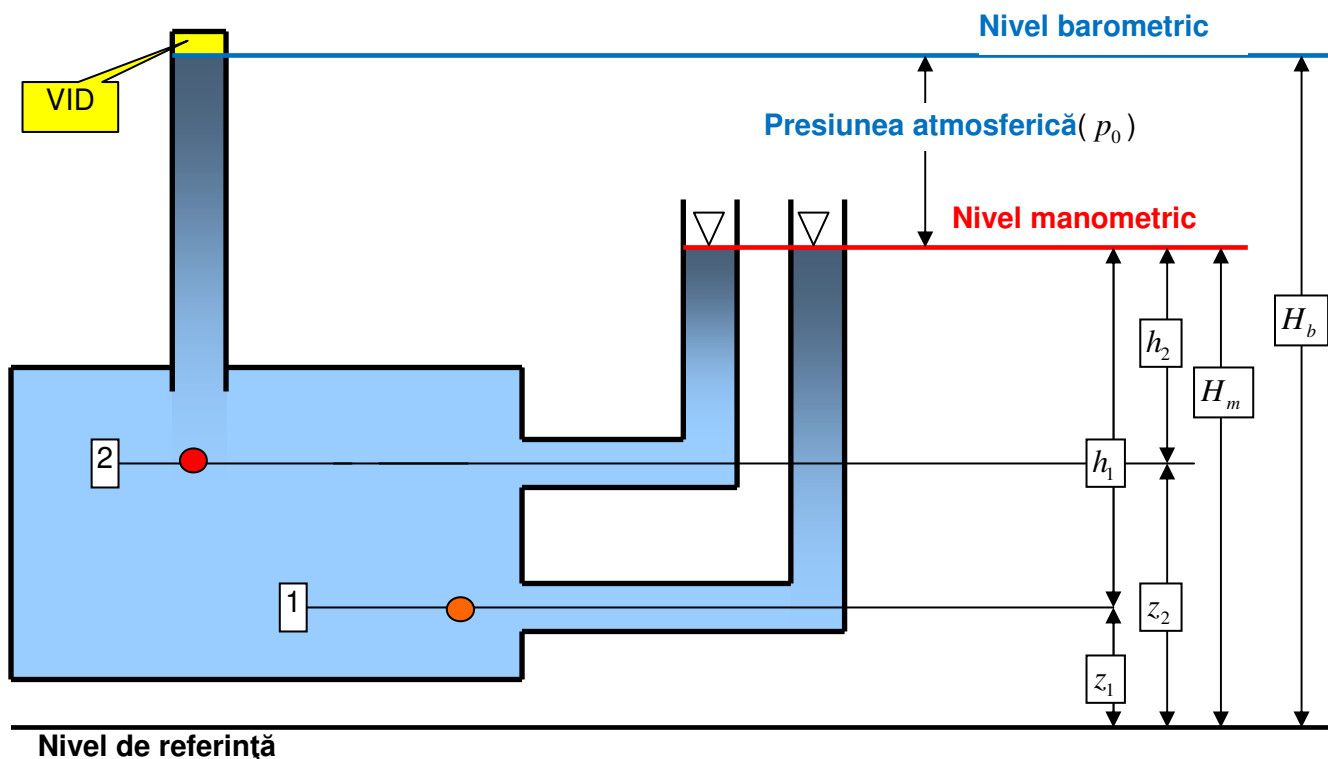


Fig.3.2. Presiunea barometrică și presiunea manometrică

Raportate la un plan orizontal de referință, de o anumită cotă, presiunile sunt:

- **Presiune barometrică**, totală sau absolută, măsurată cu ajutorul unui tub piezometric închis, care la suprafața lichidului din tub are vid absolut.
- **Presiunea manometrică**/relativă se măsoară într-un tub piezometric deschis care are la suprafața liberă a fluidului din tub o presiune egală cu presiunea atmosferică.

Diferența dintre presiunea barometrică și manometrică este **presiunea atmosferică**:

$$p_b - p_m = p_{at}$$

Presiunile din interiorul lichidelor și **energia potențială** a particulelor dintr-un domeniu se pot exprima sub diverse forme și au denumiri specifice (**Fig.3.2**):

- Presiunea barometrică în punctul (1): $p_{b1} = \gamma \cdot h_1 + p_0$
- Presiunea barometrică în punctul (2): $p_{b2} = \gamma \cdot h_2 + p_0$
- Presiunea manometrică în punctul (1): $p_{m1} = \gamma \cdot h_1$
- Presiunea manometrică în punctul (2): $p_{m2} = \gamma \cdot h_2$
- Sarcina hidrostatică absolută: $H_b = z_1 + h_1 + \frac{p_0}{\gamma_{H_2O}} = z_2 + h_2 + \frac{p_0}{\gamma_{H_2O}}$
- Sarcină hidrostatică relativă/manometrică: $H_m = z_1 + h_1 = z_2 + h_2$

Presiunea atmosferică se exprimă în două forme:

- **Presiunea atmosferică fizică** (atm):

$$1atm = \gamma_{mercur} \cdot h = 13590 \cdot 0,76 = 10333 \frac{kgf}{m^2} = 101324Pa \approx 10m_{colH_2O}$$

- **Presune atmosferică tehnică** (at)

$$1at = 10^4 \frac{kgf}{m^2} = 98066,5Pa$$

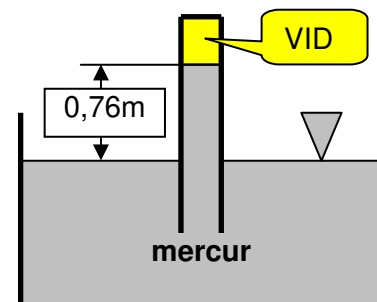


Fig.3.3.Experiența lui Torricelli

Presiunea se exprimă în diverse unități de măsură:

- $1 \frac{kgf}{cm^2} = 9,80665 \cdot 10^4 \frac{N}{m^2} = 1at$
- $1Torr = 1mmHg = \frac{1}{760} atm = 133,322387415 \frac{N}{m^2}$ (**Fig.3.3**)
- $1mmH_2O = 1 \cdot 10^{-4} at = 1 \frac{kgf}{m^2} = 9,81 \frac{N}{m^2}$
- $1bar = 750,062Torr = 100000Pa = 0,987atm = 10m_{colH_2O}$

$$1atm = 100000Pa = 10m_{colH_2O}$$

3.3. REPAUSUL LICHIDELOR GRELE INCOMPRESIBILE

HIDROSTATICA *lichidelor grele* studiază numai fluidele asupra cărora acționează *forțele masice* (greutatea) și *forțele de suprafață* (presiunea hidrostatică).

Condițiile de repaus pentru un fluid greu incompresibil se stabilesc prin compunerea forțelor care acționează asupra unui *cilindru*, poziționat în două *variante extreme* (Fig.3.4.):

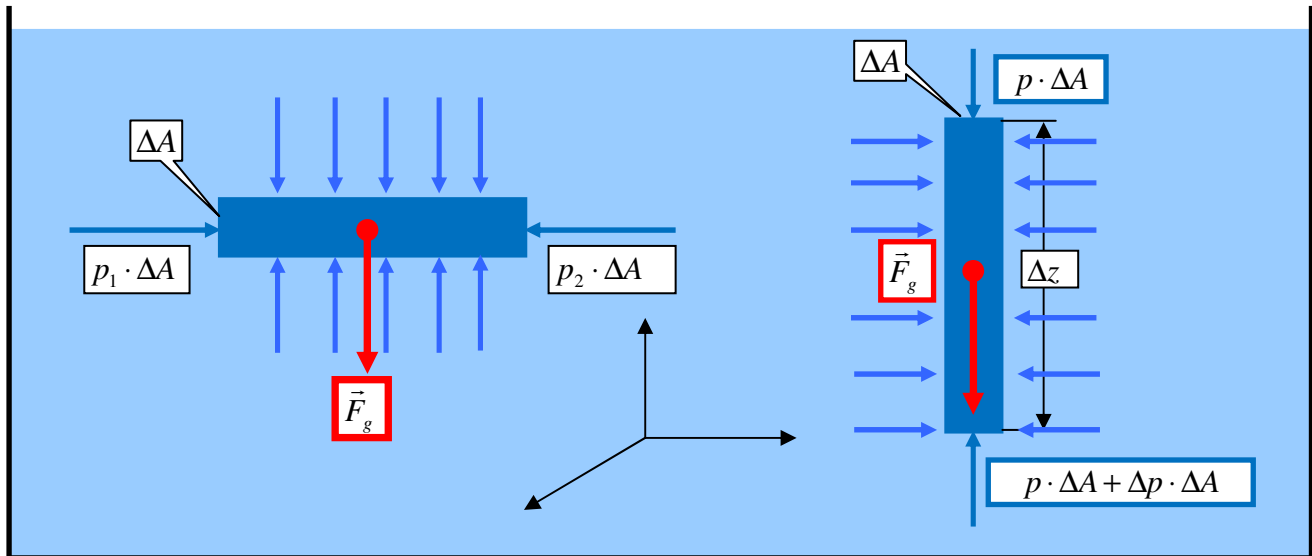


Fig.3.4. Repausul lichidelor grele incompresibile.

- **Orizontal**, situație în care suma proiecțiilor pe orizontală a tuturor forțelor care acționează asupra cilindrului de secțiune transversală infinit mică ΔA (dar diferită de ZERO) este (presiunile perpendiculare pe suprafața laterală a cilindrului se anulează iar proiecția forței masice \vec{F}_g pe orizontală este zero):

$$p_1 \cdot \Delta A - p_2 \cdot \Delta A = 0; \Delta A \text{ rezultând } p_1 = p_2$$

- **Vertical**, situație în care suma proiecțiilor pe verticală a tuturor forțelor care acționează asupra cilindrului de secțiune transversală infinit mică ΔA (dar diferită de ZERO) este (presiunea crește cu adâncimea conform legii generale a hidrostaticii iar presiunile pe suprafața laterală a cilindrului se anulează reciproc):

$$p \cdot \Delta A + F_g - (p + \Delta p) \cdot \Delta A = 0 \text{ cu } F_g = \gamma \cdot \Delta A \cdot \Delta z$$

rezultă că

$$\Delta p = \gamma \cdot \Delta z \Leftrightarrow \frac{\Delta p}{\Delta z} = \gamma \Leftrightarrow \frac{dp}{dz} = \gamma \text{ și mai departe, după integrare: } p + \gamma \cdot z = Const$$

Notă: $\gamma = const$, presupune accelerația gravitațională (\vec{g}) constantă, densitatea (ρ) fiind constantă, deoarece fluidul este incompresibil.

Consecintele ecuațiilor condițiilor de echilibru sunt:

- **Suprafața liberă unui lichid este orizontală** (pe suprafețe mici, pentru ca să se poate accepta paralelismul forțelor de greutate (\vec{G}); dacă suprafețele sunt mari forțele de greutate sunt convergente...în centrul Pământului), deoarece presiunile pe o suprafața liberă sunt egale:
 - $p_1 = p_2 =$ presiunea atmosferică

- **Suprafețele orizontale sunt IZOBARE și echipotențiale** (adică de egală energie potențială în cazul repausului lichidelor incompresibile), în vasele comunicante lichidul se ridică la același nivel indiferent de forma și mărimea secțiunilor acestora (**Fig.3.5**). Pentru realizarea stării de repaus condiția de echilibru este:

$$\rho_1 \cdot g \cdot h_1 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2$$

$$\text{dacă } \rho_1 = \rho_2 \Rightarrow h_1 = h_2$$

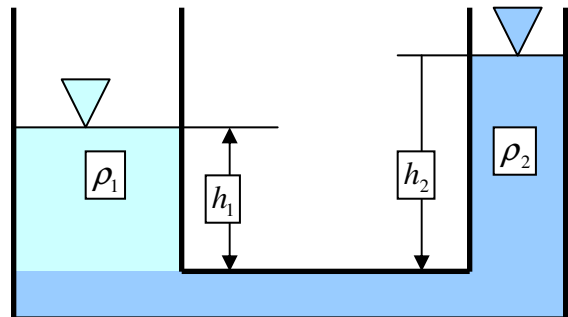


Fig.3.5.Principiul vaselor comunicante

- **Principiul lui Pascal:** Într-un lichid greu aflat în repaus, orice variație de presiune dintr-un punct oarecare al lichidului se transmite cu aceeași intensitate în toate punctele lichidului. **Demonstrație:** Fie două puncte oarecare (P_0 și P_1 ; **Fig.3.6**) din domeniul ocupat de lichidul în repaus. Pentru aceste două puncte la momentul inițial se poate scrie:

$$(P_0): p_0 + \gamma \cdot z_0 = C$$

$$(P_1): p_1 + \gamma \cdot z_1 = C$$

prin scăderea celor două relații rezultă:

$$p_0 - p_1 + \gamma \cdot (z_0 - z_1) = 0$$

Dacă printr-un procedeu oarecare se crește presiunea în punctul P_0 cu Δp_0 , pentru ca lichidul să rămână în repaus trebuie ca și în punctul P_1 să aibă loc o variație de presiune Δp_1 și presiunile în cele două puncte se modifică :

$$(P_0)': p_0 + \Delta p_0 + \gamma \cdot z_0 = C^*$$

$$(P_1)': p_1 + \Delta p_1 + \gamma \cdot z_1 = C^*$$

relația de echilibru devenind după modificarea presiunii cu menținerea stării de repaus :

$$(p_0 + \Delta p_0) - (p_1 + \Delta p_1) + \gamma \cdot (z_0 - z_1) = 0$$

Din compararea celor două ecuații ale stării de repaus pentru starea inițială și după modificarea presiunii rezultă $\Delta p_0 = \Delta p_1$, adică: modificarea de presiune din punctul P_0 se transmite integral și în punctul P_1 și în consecință în orice alt punct al domeniului aflat în repaus/echilibru.

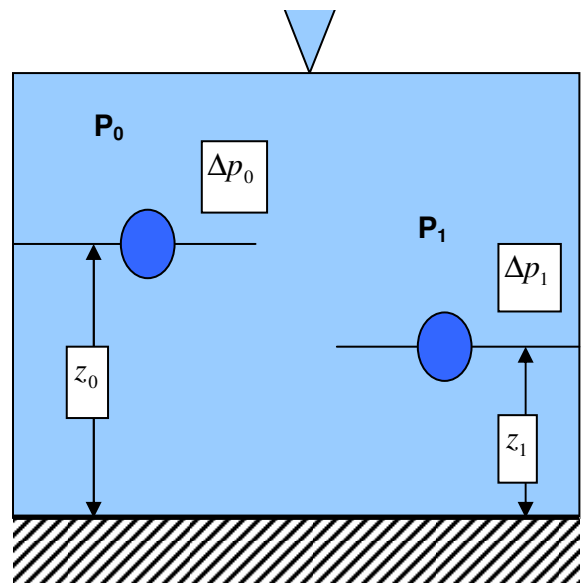


Fig.3.6. Principiul lui Pascal

- **Separarea lichidelor imiscibile grele, cu densități diferite** aflate într-un vas se face prin suprafețe orizontale, după densități, în ordinea crescătoare a densităților de la suprafață spre adâncime, iar presiunea la baza coloanei de lichide este (**Fig.3.7**):

$$p_{1+2+3} = p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = p_0 + \gamma_1 \cdot h_1 + \gamma_2 \cdot h_2 + \gamma_3 \cdot h_3$$

în care

p_0 - presiunea atmosferică.

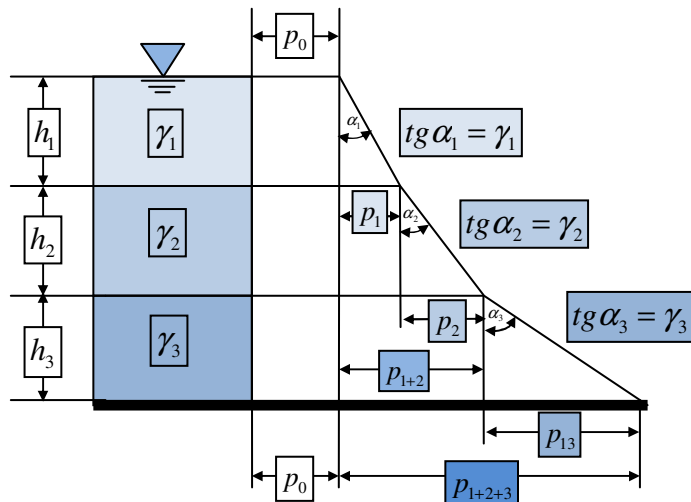


Fig.3.7. Diagrama presiunilor pentru lichide de densități diferite ($\gamma_1 < \gamma_2 < \gamma_3$)

3.4. DIAGrame DE PRESIUNI

Construirea diagramelor de presiune se bazează pe două principii:

- presiunea hidrostatică variază liniar cu adâncimea

$$p = p_0 + \gamma \cdot h$$

- presiunea hidrostatică este normală la suprafață

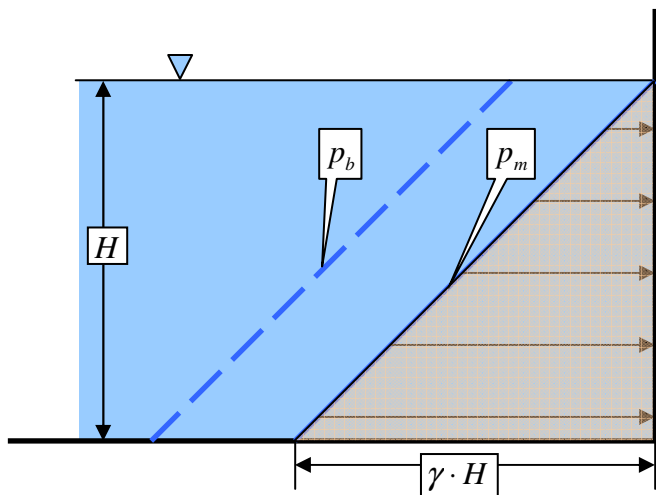


Fig. 3.8. Diagrama de presiuni pe un perete vertical solicitat pe o singură față (γ -constant).

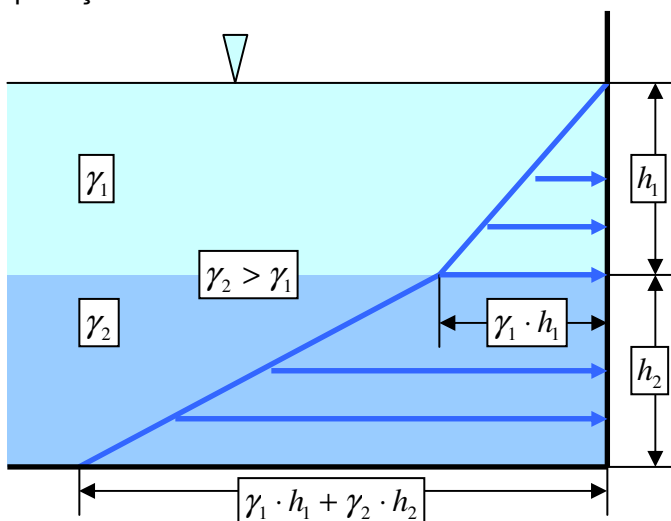


Fig.3.9. Diagrama presiunilor a două lichide nemiscibile cu greutateți volumice diferite, pe un perete vertical solicitat pe o singură față

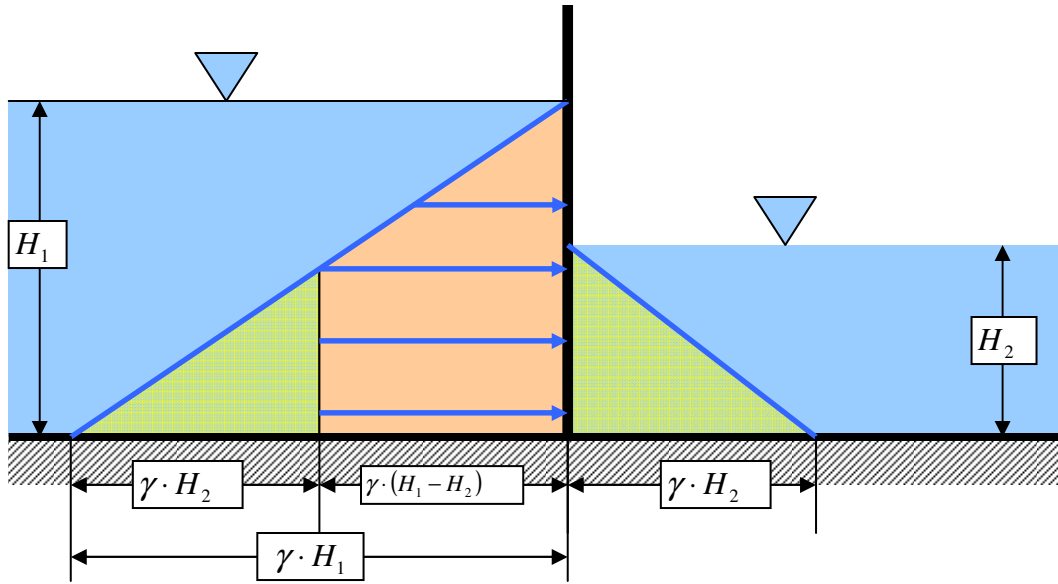


Fig.3.10. Diagrama presiunilor pe un perete vertical sollicitat pe ambele fețe.

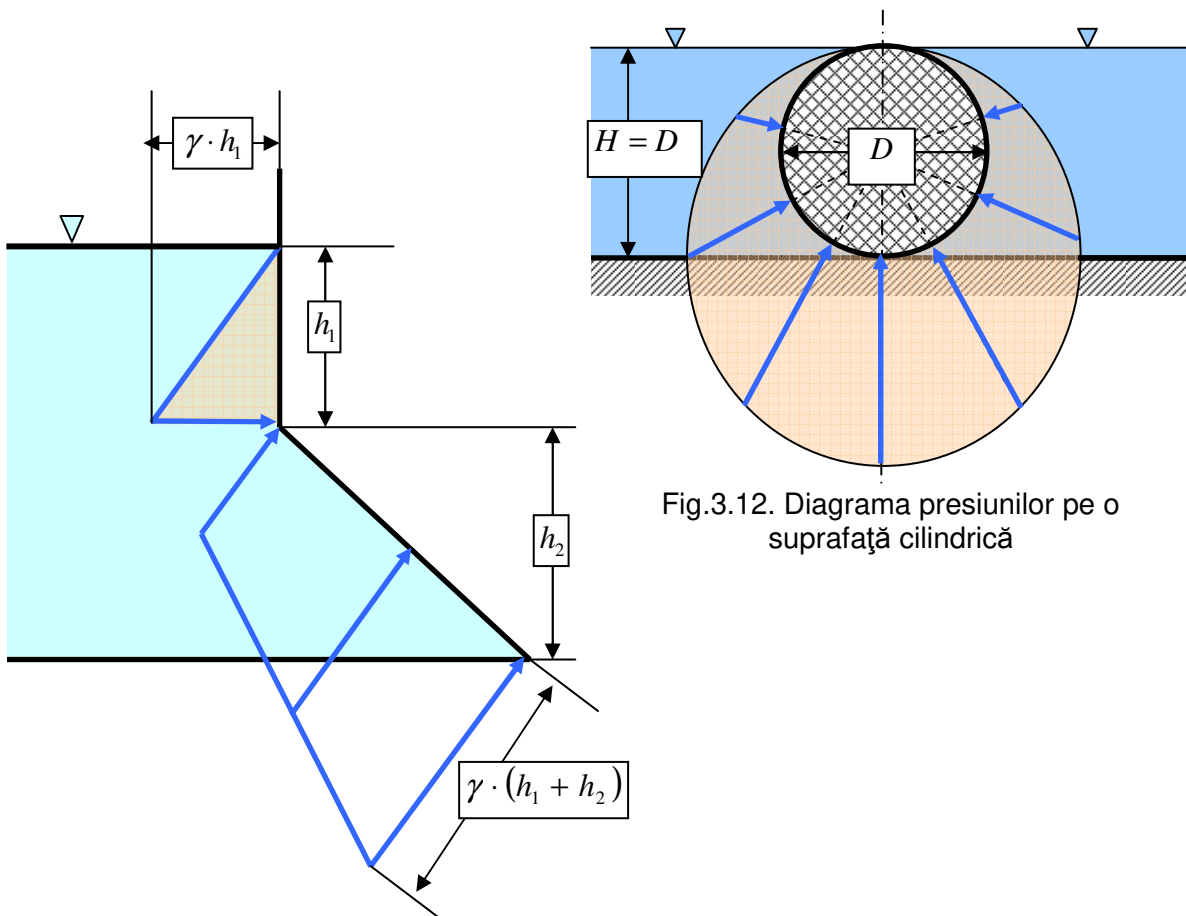


Fig.3.12. Diagrama presiunilor pe o suprafață cilindrică

Fig.3.11. Diagramă de presiuni pe un perete vertical frânt

3.5. FORȚE HIDROSTATICE

Forțele hidrostice sunt efectul acțiunii presiunilor hidrostice, și sunt forțe care acționează pe:

- **suprafețe plane**, când sistemul de forțe rezultant este compus dintr-un sistem de forțe paralele care au o rezultantă unică ce se aplică în centrul de greutate al suprafeței plane;
- **suprafețe curbe deschise**, când sistemul de forțe este tridimensional și poate fi exprimat în două forme:
 - o forță rezultantă și un moment
 - trei forțe neconcurente orientate paralel cu axele sistemului de referință.
- **suprafețe închise** când efectul se manifestă sub forma unei forțe verticale ascendente (**forța arhimedică**) egală cu greutatea lichidului dezlucit de suprafața închisă.

3.5.1. Forțe hidrostice pe suprafețe plane

Forța hidrostică (dF_p) pe un element de suprafață (dA) plasat într-un plan care face cu orizontala unghiul α este (**Fig. 3.13**):

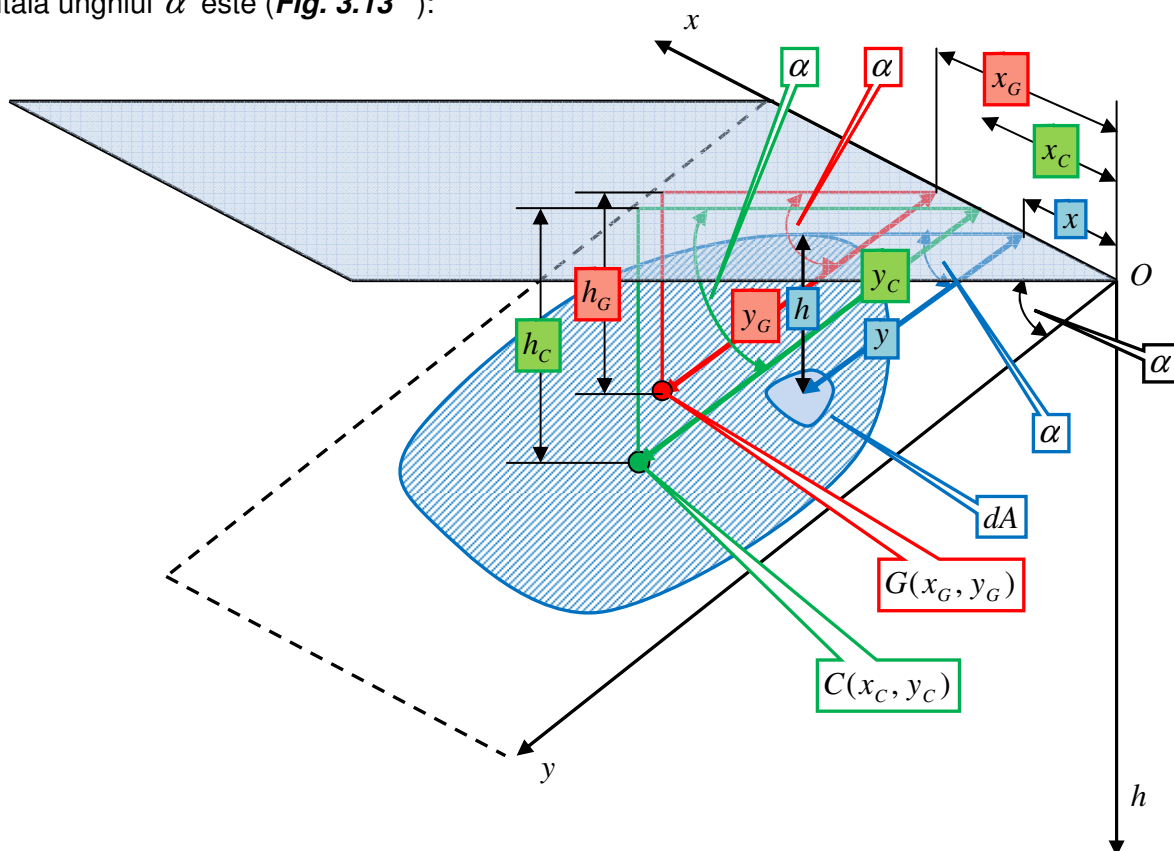


Fig.3. 13. Forțe hidrostice pe suprafețe plane

$$dF_p = p \cdot dA$$

în care înlocuind:

$$p = \gamma \cdot h = \gamma \cdot y \cdot \sin \alpha$$

se obține:

$$dF_p = \gamma \cdot y \cdot \sin \alpha \cdot dA$$

și prin integrare pe toată suprafața A conduce la:

$$F_p = \int \gamma \cdot y \cdot \sin \alpha \cdot dA = \gamma \cdot \sin \alpha \cdot y_G \cdot A = \gamma \cdot h_G \cdot A$$

Forța de presiune pe o suprafață plană are următoarele caracteristici:

- **modulul** egal cu greutatea lichidului din cilindrul cu baza A și generatoarea egală cu adâncimea centrului de greutate (h_G) al suprafeței;
- **orientată** normal la suprafața A și acționează dinspre lichid spre suprafața plană;
- **punctul de aplicație** este centrul de presiune al suprafeței $C(x_C, y_C)$, ale cărui coordonate se calculează cu ajutorul ecuațiilor momentelor:

$$F_p \cdot y_C = \int_A y \cdot dF_p$$

$$F_p \cdot x_C = \int_A x \cdot dF_p$$

în care înlocuind expresia forței de presiune se obțin ecuațiile:

$$\gamma \cdot y_G \cdot \sin \alpha \cdot A \cdot y_C = \int_A y \cdot \gamma \cdot y \cdot \sin \alpha \cdot dA \Leftrightarrow y_G \cdot A \cdot y_C = \int_A y^2 \cdot dA$$

$$\gamma \cdot y_G \cdot \sin \alpha \cdot A \cdot x_C = \int_A x \cdot \gamma \cdot y \cdot \sin \alpha \cdot dA \Leftrightarrow y_G \cdot A \cdot x_C = \int_A x \cdot y \cdot dA$$

din care rezultă:

$$x_C = \frac{1}{A \cdot y_G} \int_A x \cdot y \cdot dA \quad \text{și} \quad y_C = \frac{1}{A \cdot y_G} \int_A y^2 \cdot dA$$

Momentele de inerție ale suprafețelor plane sunt:

- moment axial de ordinul doi:

$$I_{Ox} = \int_A y^2 \cdot dA \quad I_{Oy} = \int_A x^2 \cdot dA$$

- moment centrifugal față de axele xOy

$$I_{xOy} = \int_A x \cdot y \cdot dA$$

- moment de inerție polar față de punctul O , la suprafețe axial simetrice este:

$$I_p = \int_A r^2 \cdot dA = \int_A (x^2 + y^2) \cdot dA = I_{Ox} + I_{Oy}$$

în care r este distanța de la elementul dA la originea O .

Dacă una dintre axe este axă de simetrie, atunci momentul centrifugal de inerție este nul.

Formulele lui STEINER

Momentul de inerție față de o axă oarecare este egal cu momentul de inerție față de o axă paralelă, care trece prin centrul de greutate al suprafeței, plus produsul ariei suprafeței cu pătratul distanței între cele două axe (d):

$$I_{Ox} = I_{(Ox')} + A \cdot d^2$$

Momentul centrifugal față de două axe oarecare este egal cu momentul de inerție centrifugal față de axe paralele care trec prin centrul de greutate al suprafeței, plus produsul ariei cu distanțele între cele două axe:

$$I_{xOy} = I_{(xOy')} + A \cdot d_x \cdot d_y$$

Exemple de forțe hidrostatice pentru suprafețe plane regulate

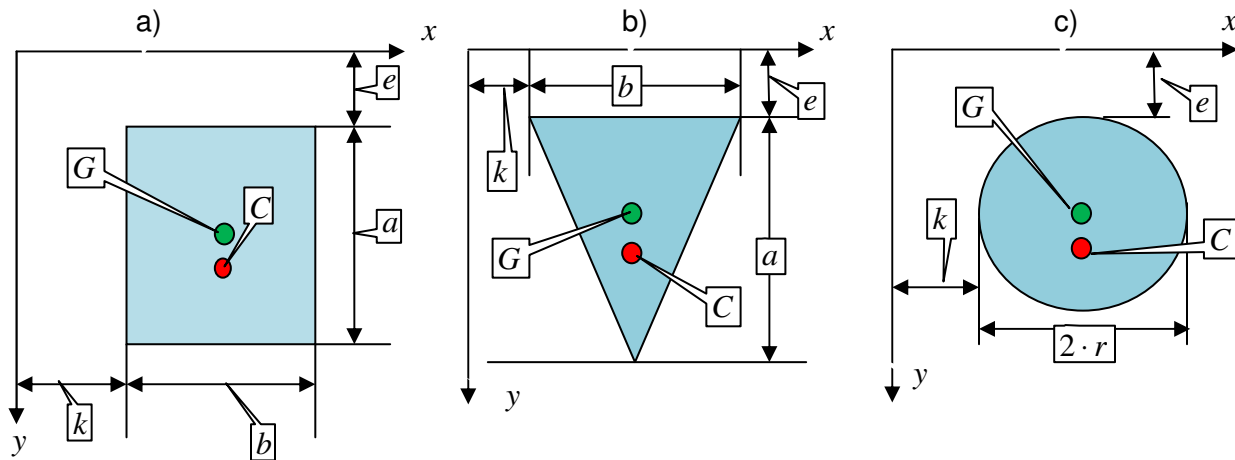


Fig.3.14. Forțe hidrostatice și centre de presiune (C) pentru : a) dreptunghi, b) triunghi isoscel; c) cerc (G centru de greutate)

$F_p = \gamma \cdot a \cdot b \cdot \left(e + \frac{a}{2} \right) \cdot \sin \alpha$	$F_p = \frac{1}{6} \gamma \cdot a \cdot b \cdot (3 \cdot e + a) \cdot \sin \alpha$	$F_p = \gamma \cdot \pi \cdot r^2 \cdot (e + r) \cdot \sin \alpha$
$x_c = k + \frac{b}{2}$	$x_c = k + \frac{b}{2}$	$x_c = k + r$
$y_c = e + \frac{a}{3} \cdot \frac{3 \cdot e + 2 \cdot a}{2 \cdot e + a}$	$y_c = e + \frac{a}{2} \cdot \frac{2 \cdot e + a}{3 \cdot e + a}$	$y_c = e + 4 + \frac{1}{r} \cdot \frac{r^2}{e + r}$

Forța hidrostatică pe o suprafață plană solicitată pe o singură față (m. grafică)

Metoda grafică de calcul a forței hidrostatice are la bază reprezentarea diagramei de presiuni pe suprafața pe care se calculează forța hidrostatică.

Pentru o suprafață plană verticală solicitată pe o singură față diagrama de presiuni are o formă triunghiulară (fig. 3.15). Forța hidrostatică exercitată pe o suprafață elementară dA este:

$$dF = p \cdot dA = \gamma \cdot z \cdot dA$$

și are semnificația geometrică de volum al unei prisme cu baza dA și înălțimea $\gamma \cdot z$.

Forța hidrostatică totală (F) exercitată pe toată suprafața ($A = L \cdot H$) se obține prin însumarea forțelor elementare de pe întreaga suprafață:

$$F = \int_A \gamma \cdot z \cdot dA = \int_{W_\gamma} dW_\gamma = W_\gamma$$

și corespunde **corpului de presiune** obținut prin ridicarea în fiecare punct al suprafeței A a unui segment de mărime $\gamma \cdot z$, perpendicular pe suprafață.

În cazul suprafeței verticale solicitat pe o singură față (Fig.2...) corpul de presiune este o prismă triunghiulară cu baza un triunghi dreptunghic cu suprafața $S = \frac{H \cdot \gamma \cdot H}{2}$ și înălțimea L , rezultând o forță totală:

$$F = \frac{\gamma \cdot H^2}{2} \cdot L$$

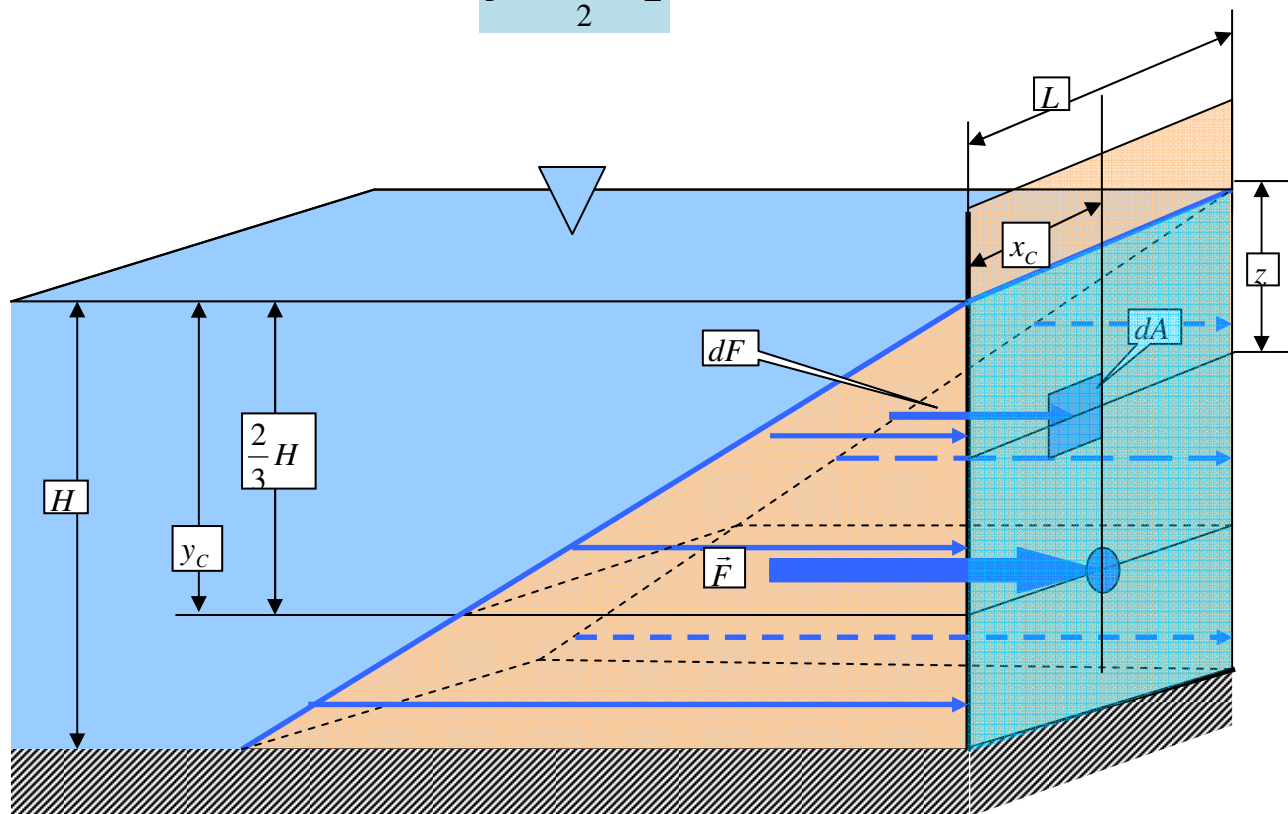


Fig.3.15. Forța hidrostatică pe o suprafață plană verticală solicitată pe o singură față.

forță care se aplică la $\frac{2}{3} \cdot H$ de la suprafața lichidului.

Forța hidrostatică se aplică pe în **centrul de presiune C** al suprafeței pe care se exercită. Pentru stabilirea coordonatelor centrului de presiune se scriu ecuațiile de **momente** în raport cu axele de rotație ale suprafeței pe care se exercită presiunea (axa Oz și axa Ox). În cazul suprafeței rectangulate verticale ($L \cdot H$) (**Fig.3.15**) :

$$\bullet \quad x_c = \frac{L}{2} \quad \text{și} \quad y_c = \frac{2}{3}H$$

Forța hidrostatică pe o suprafață plană solicitată pe ambele fețe (m. grafică)

Solicitarea pe ambele fețe ale suprafeței de lungime $L = 150m$ se realizează de două lichide cu greutateți volumice diferite: $\gamma_1 = 1,0 \frac{tf}{m^3}$ și $\gamma_2 = 1,6 \frac{tf}{m^3}$. Înălțimile coloanei de apă sunt $H_1 = 70m$ și $H_2 = 40m$. Să se calculeze intensitatea forței hidrostatice totale și poziția punctului de aplicare al acesteia.

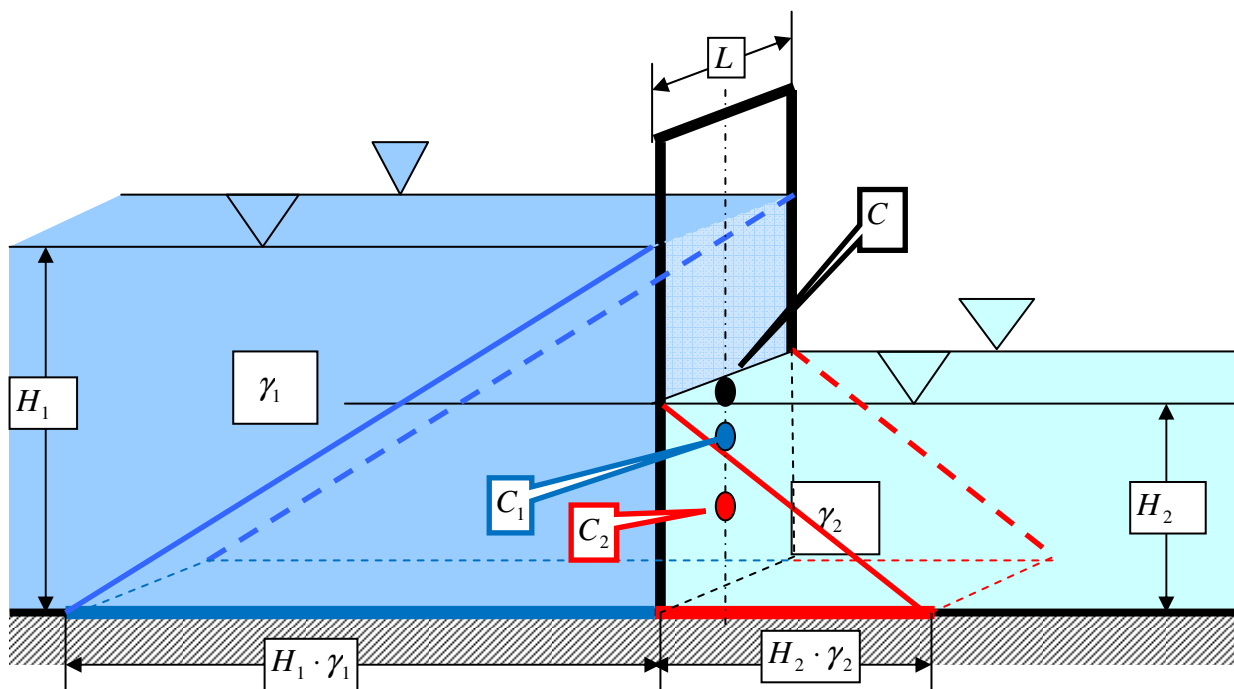


Fig.3.16. Diagrama presiunilor pe un perete vertical solicitat pe ambele fețe.

Rezolvare:

Formula de calcul pentru forța hidrostatică are două componente (Fig.2....):

- **forța hidrostatică pe față 1, dată de prisma cu baza triunghiulară** (F_1) formată din lichid cu greutate volumică γ_1 :

$$F_1 = \frac{H_1^2 \cdot \gamma_1 \cdot L}{2}$$

cu centrul de presiune C_1 în punctul de coordonate:

$$x_{C_1} = \frac{L}{2} \quad \text{și} \quad y_{C_1} = \frac{2}{3} \cdot H_1$$

- **forța hidrostatică pe față 2, dată de prisma cu baza triunghiulară** (F_2):

$$F_2 = \frac{\gamma_2 \cdot H_2^2 \cdot L}{2}$$

cu centrul de presiune C_2 în punctul de coordonate:

$$x_{C_2} = \frac{L}{2} \quad \text{și} \quad y_{C_2} = \frac{2}{3} \cdot H_2$$

- **rezultanta celor doua forțe este** (F)

$$F = F_1 - F_2 = \frac{L}{2} \cdot (H_1^2 \cdot \gamma_1 - H_2^2 \cdot \gamma_2)$$

cu centrul de presiune C :

$$x_C = \frac{L}{2}$$

și y_C obținut din ecuația de momente:

$$F \cdot CO = F_1 \cdot C_1O - F_2 \cdot C_2 \cdot O$$

$$CO = \frac{F_1 \cdot C_1O - F_2 \cdot C_2O}{F} = \frac{\frac{L}{2} \cdot H_1^2 \cdot \gamma_1 \cdot \frac{H_1}{3} - \frac{L}{2} \cdot H_2^2 \cdot \gamma_2 \cdot \frac{H_2}{3}}{\frac{L}{2} \cdot (H_1^2 \cdot \gamma_1 - H_2^2 \cdot \gamma_2)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{H_1^3 \cdot \gamma_1 - H_2^3 \cdot \gamma_2}{H_1^2 \cdot \gamma_1 - H_2^2 \cdot \gamma_2}$$

$$y_C = H_1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{H_1^3 \cdot \gamma_1 - H_2^3 \cdot \gamma_2}{H_1^2 \cdot \gamma_1 - H_2^2 \cdot \gamma_2}$$

3.5.2. Forțe hidrostatice pe suprafețe curbe deschise

În cazul unei suprafețe curbe deschise care mărginește un lichid greu aflat în repaus pe fiecare element infinitesimal dS se exercită o forță hidrostatică elementară $d\vec{F}$, normală la elementul respectiv. Mulțimea forțelor hidrostatice elementare constituie un sistem de forțe oarecare, sistem care nu se reduce la o rezultantă unică, ci la un torsor.

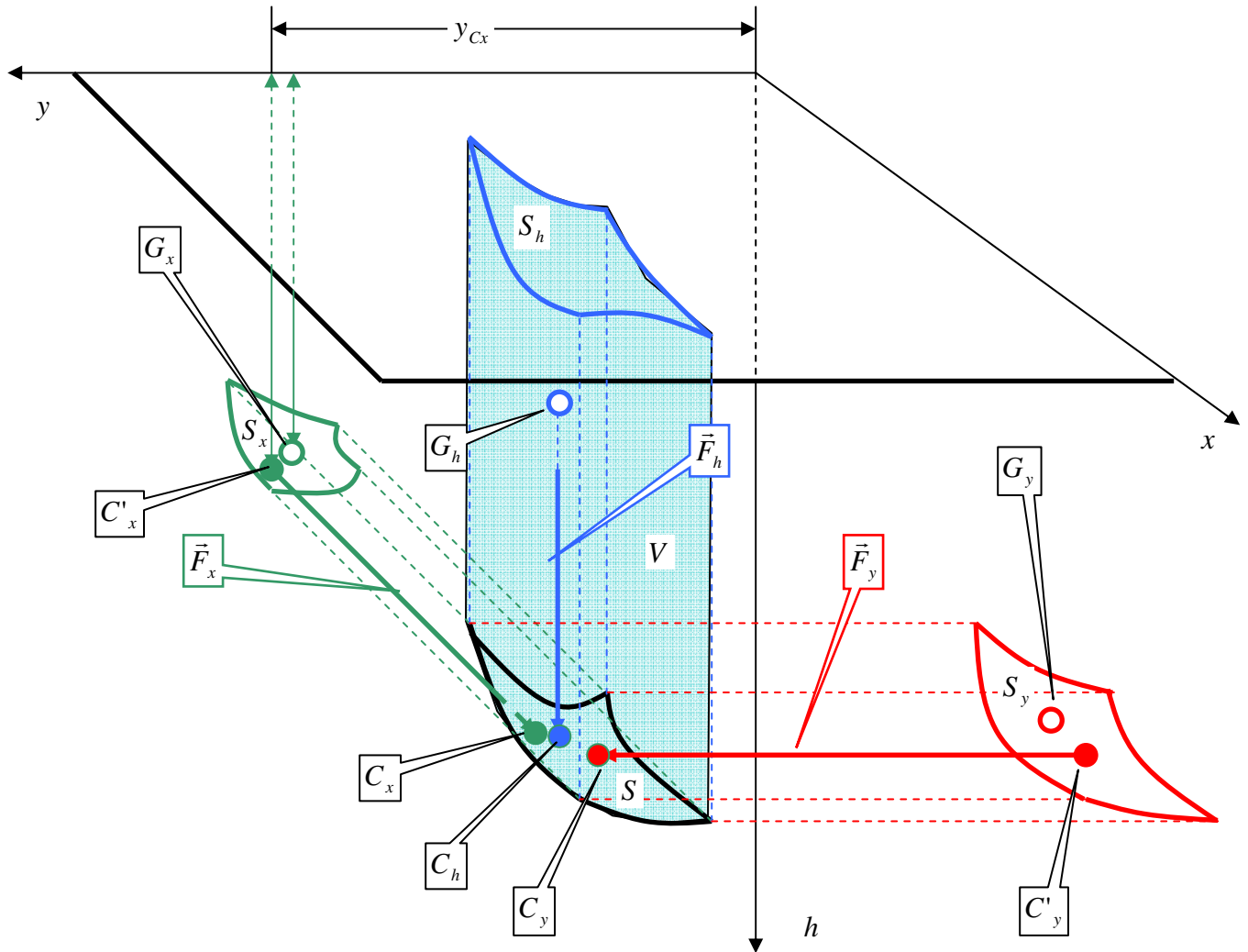


Fig.3.17. Forțe hidrostatice pe suprafețe curbe deschise

Evaluarea forțelor hidrostatice pe suprafețele curbe deschise se bazează pe descompunerea forțelor elementare după axele triedrului ortogonal $Oxyh$ (**Fig.3.17**):

$$d\vec{F} = dF_x \cdot \vec{i} + dF_y \cdot \vec{j} + dF_z \cdot \vec{k}$$

rezultând **trei sisteme de forțe paralele**, fiecare sistem reducându-se la o rezultantă:

$$\vec{F}_x = \vec{i} \cdot \int_S dF_x; \quad \vec{F}_y = \vec{j} \cdot \int_S dF_y; \quad \vec{F}_h = \vec{k} \cdot \int_S dF_h$$

Intensitatea forțelor hidrostactice exercitate de un lichid greu în repaus, într-o direcție oarecare din **planul orizontal**, asupra unei suprafețe curbe care îl mărginește, este egală cu intensitatea forței care se exercită pe proiecția suprafeței curbe pe un plan normal la direcția considerată.

Intensitatea forței de presiune **verticală** exercitată asupra suprafeței curbe este egală cu intensitatea greutății **cilindrului vertical** (V) de lichid limitat de suprafața curbă, planul suprafeței libere și verticalele ca întâlnesc conturul suprafeței curbe.

Pe elementul de suprafață dS de arie dA se exercită forța de presiune $d\vec{F}$ normală la dS și având intensitatea:

$$dF = (p^* + \gamma \cdot h) \cdot dA - p^* \cdot dA = \gamma \cdot h \cdot dA$$

Dacă unghiul dintre normala exterioară la suprafață dS și sensul pozitiv al axei Ox este α , atunci rezultă că:

$$dF_x = dF \cdot \cos \alpha = \gamma \cdot h \cdot dA \cdot \cos \alpha = \gamma \cdot h \cdot dA_x$$

și ținând cont de teorema momentelor statice se obține pentru cele trei rezultante:

$$F_x = \int_S dF_x = \gamma \cdot \int_{S_x} h \cdot dA_x = \gamma \cdot h_{G_x} \cdot A_x$$

$$F_y = \int_S dF_y = \gamma \cdot \int_{S_y} h \cdot dA_y = \gamma \cdot h_{G_y} \cdot A_y$$

$$F_h = \int_S dF_h = \gamma \cdot \int_{S_h} h \cdot dA_h = \gamma \cdot \int_V dV = \gamma \cdot V$$

în care A_x, A_y, A_h sunt ariile proiecțiilor suprafeței S pe planele Oyh, Oxh respectiv Oxy , V este **volumul cilindrului vertical** iar h_{G_x}, h_{G_y} sunt adâncimile centrelor de greutate ale suprafețelor S_x respectiv S_y .

Forțele de presiune se aplică în **centrele de presiune** ale suprafeței $S(C_x, C_y, C_h)$ și pentru determinarea centrului de presiune C_x se aplică teorema lui Varignon:

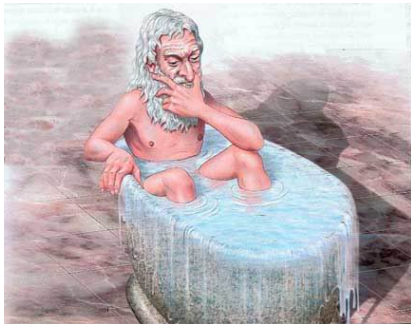
$$y_{C_x} \cdot F_x = \int_S y \cdot dF_x = \int_{S_x} y \cdot \gamma \cdot h \cdot dA_x = \gamma \int_{S_x} y \cdot h \cdot dA_x = \gamma \cdot I_{yh} \Rightarrow y_{C_x} = \frac{I_{yh}}{h_{G_x} \cdot A_x}$$

$$h_{C_x} \cdot P_x = \int_S h \cdot dF_x = \int_{S_x} h \cdot \gamma \cdot h \cdot dA_x = \gamma \int_{S_x} h^2 \cdot dA_x = \gamma \cdot I_y \Rightarrow h_{C_x} = \frac{I_y}{h_{G_x} \cdot A_x}$$

În care I_{yh}, I_y sunt momentul centrifugal al lui S_x în raport cu Oyh , respectiv momentul de inerție în raport cu axa Oy .

Centrul de presiune C_h se află la intersecția lui S cu verticală dusă din centrul de greutate al G_h al volumului V .

3.5.3. Forțe hidrostactice pe suprafețe închise



Teorema lui Archimede: Un lichid greu aflat în repaus exercită asupra unui solid cufundat în el o forță verticală ascendentă a cărei intensitate este egală cu cea a greutății lichidului dezlocuit de solid.

Deoarece în plan orizontal

$$P_x = P_y = 0$$

stabilitatea corpului solid este realizată prin echilibrarea:

- **forțelor hidrostactice** elementare dF_1, dF_2 care acționează pe verticală asupra elementelor de suprafață dA_1, dA_2 și care fac cu sensul pozitiv al axei verticale unghiurile α_1, α_2 ;
- **forța masică** \vec{F}_g :

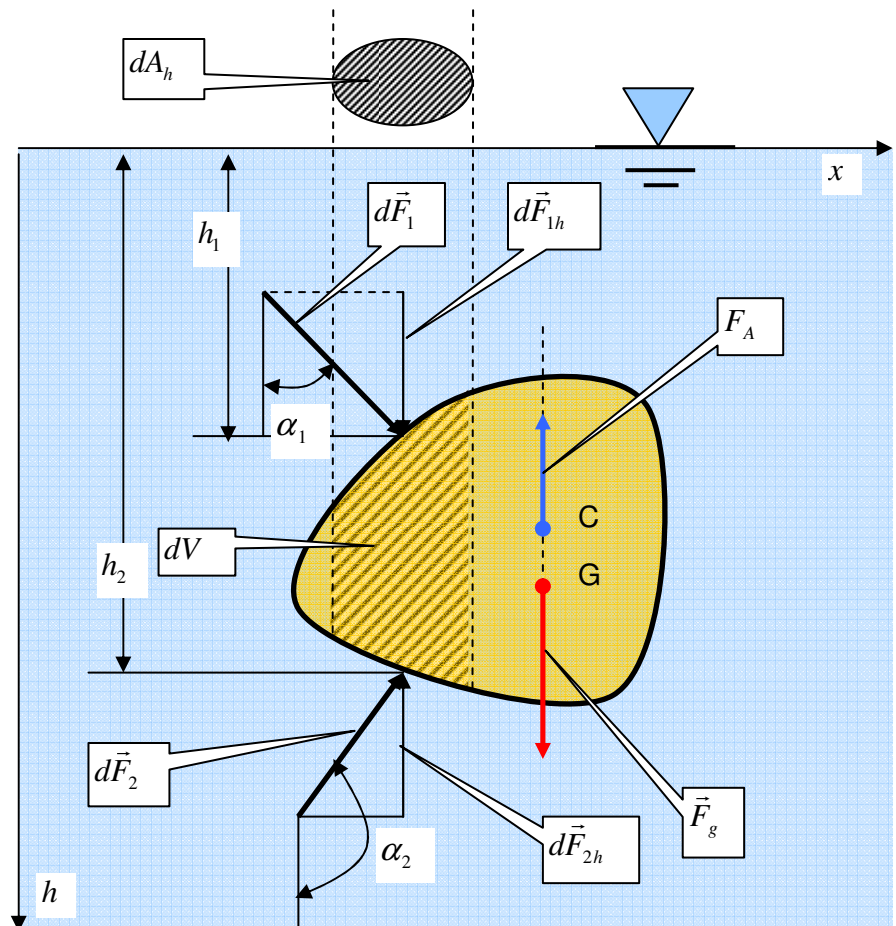


Fig.3.18. Principiul lui Archimede

$$dF_{1h} = (p_0 + \gamma \cdot h_1) \cdot dA_1 \cdot \cos \alpha_1 = (p_0 + \gamma \cdot h_1) \cdot dA_h$$

$$dF_{2h} = (p_0 + \gamma \cdot h_1) \cdot dA_1 \cdot \cos \alpha_2 = -(p_0 + \gamma \cdot h_2) \cdot dA_h$$

$$dF_h = dF_{1h} + dF_{2h} = -\gamma \cdot (h_2 - h_1) \cdot dA_h = -\gamma \cdot dV \Rightarrow F_h = -\gamma \int_V dV = -\gamma \cdot V$$

$$F_A = \gamma \cdot V$$

Forța arhimedică (F_A) se aplică în centrul de greutate C al **volumului de lichid dezlocuit**.

În funcție de relația dintre **forțele hidrostactice** (F_A) care se aplică în centrul de greutate C al **volumului de lichid dezlocuit** și **forțele masice** (F_g) care se aplică în centrul de greutate G al **solidului imersat**, se disting mai multe situații:

- Corpul solid rămâne în repaus dacă:
 - $F_A = F_g$
 - F_A și F_g au același suport (C și G sunt pe aceeași verticală)
- Corpul solid urcă pe verticală până ce iese parțial din lichid dacă:
 - $F_g < F_A$
- Corpul solid se scufundă până la fundul bazinului dacă:
 - $F_g > F_A$

Dacă solidul este imersat în lichide de densități diferite forța arhimedică se calculează cu o relație de tipul:

$$F_A = \sum_{i=1}^{i=k} \rho_i \cdot g \cdot V_i$$

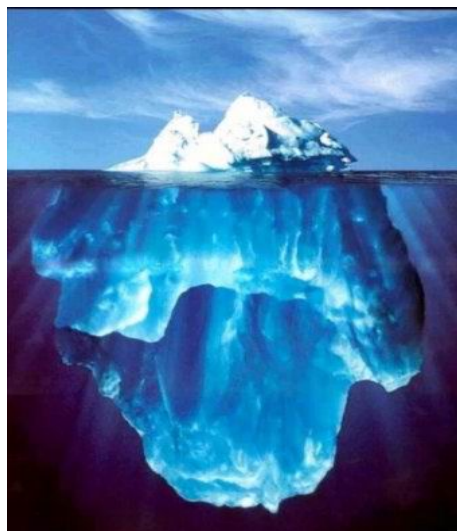
În care

ρ_i -densitatea fluidului i

g - accelerația gravitațională

V_i - volumul imersat în fluidul de densitate ρ_i

Echilibrul stabil al corpurilor imersate complet în lichide grele în repaus este asigurat dacă centrul de greutate al solidului este situat sub centrul de greutate al volumului de lichid dezlocuit.



3.6. MODELAREA SEDIMENTĂRII ALUVIUNILOR

Studiul deplasării sedimentelor are ca **obiective**:

- explicarea formării rocilor sedimentare prin acțiunea apei
- exploatarea în condiții eficiente a construcțiilor și instalațiilor hidrotehnice.

Rezultatele studiului deplasării sedimentelor se finalizează în două categorii de mărimi fizice:

- **viteza**
 - **de sedimentare**
 - în regim hidrostatic („viteza de cădere”)
 - în regim hidrodinamic („viteză de sedimentare”)
 - **de transport** în regim hidrodinamic („viteza critică de antrenare”)
- **capacitatea de transport**
 - prin alunecare (transport pe substratul solid)
 - în suspensie

Miscarea/ deplasarea sedimentelor se face în trei etape (**Fig.3.6.1**):

- **eroziune**: la nivelul suprafeței topografice, sub acțiunea factorilor meteorologici (temperatură, precipitații, vânt) cu intensități variabile determinate de gradul de acoperire cu vegetație, pantă și natura litologică a formațiunilor geologice.
- **Transport**: sub acțiunea fluidelor în mișcare (aer/apa; apa fiind principalul agent de transport)
- **Sedimentarea**: finalizată acolo unde viteza agentului de transport (apă/aer) se reduce.

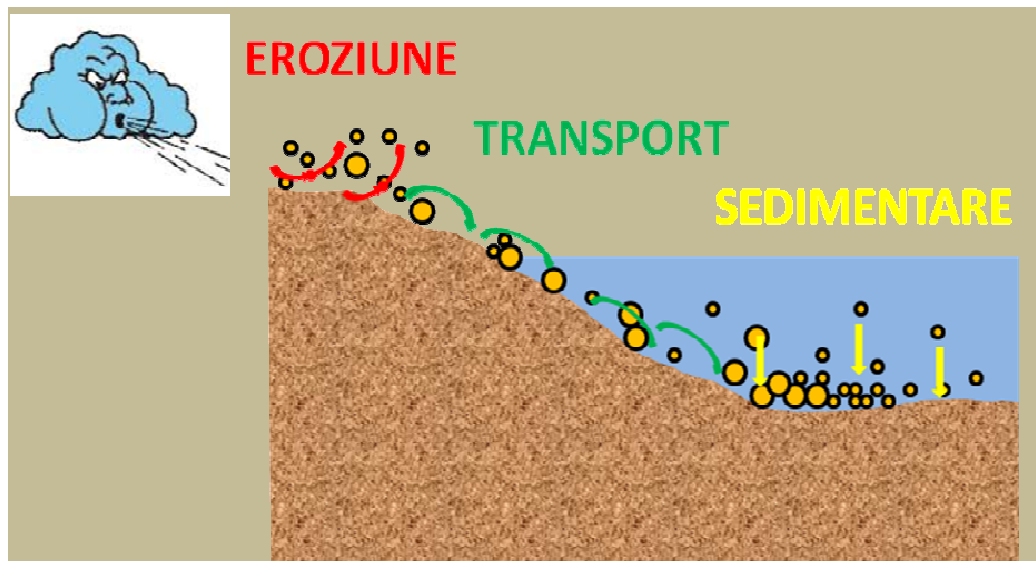


Fig.3.6.1. Etapele deplasării sedimentelor

Modelarea sedimentării aluviunilor se bazează pe un model conceptual cu trei componente:

- **modelul spațial** care în mod schematic definește geometria spațiului în care se produce sedimentarea
- **modelul parametric** care precizează caracteristicile **parametrice** ale :
 - **sedimentului**: greutate specifică, formă, dimensiune etc.
 - **fluidului** în care se produce sedimentarea: greutate specifică, densitate, vâscozitate, temperatură, tensiune superficială etc.
- **modelul energetic** care precizează forțele ce acționează asupra sedimentelor și fluidelor:
 - forțele masice
 - forțele hidrostatice
 - forțele de tensiune (normale/tangetiale)
 - forțele de rezistență hidrodinamică

3.6.1. Caracteristicile aluviunilor

Aluviunile sunt constituite din particule solide sub formă de granule de diferite forme și dimensiuni. Caracterizarea preliminară a aluviunilor se face pe baza **curbei granulometrice (Fig.3.6.2.)**, scara granulometrică cea mai utilizată în sedimentologie fiind scara granulometrică Udden-Wentworth (**Tabel 3.6.1.**)

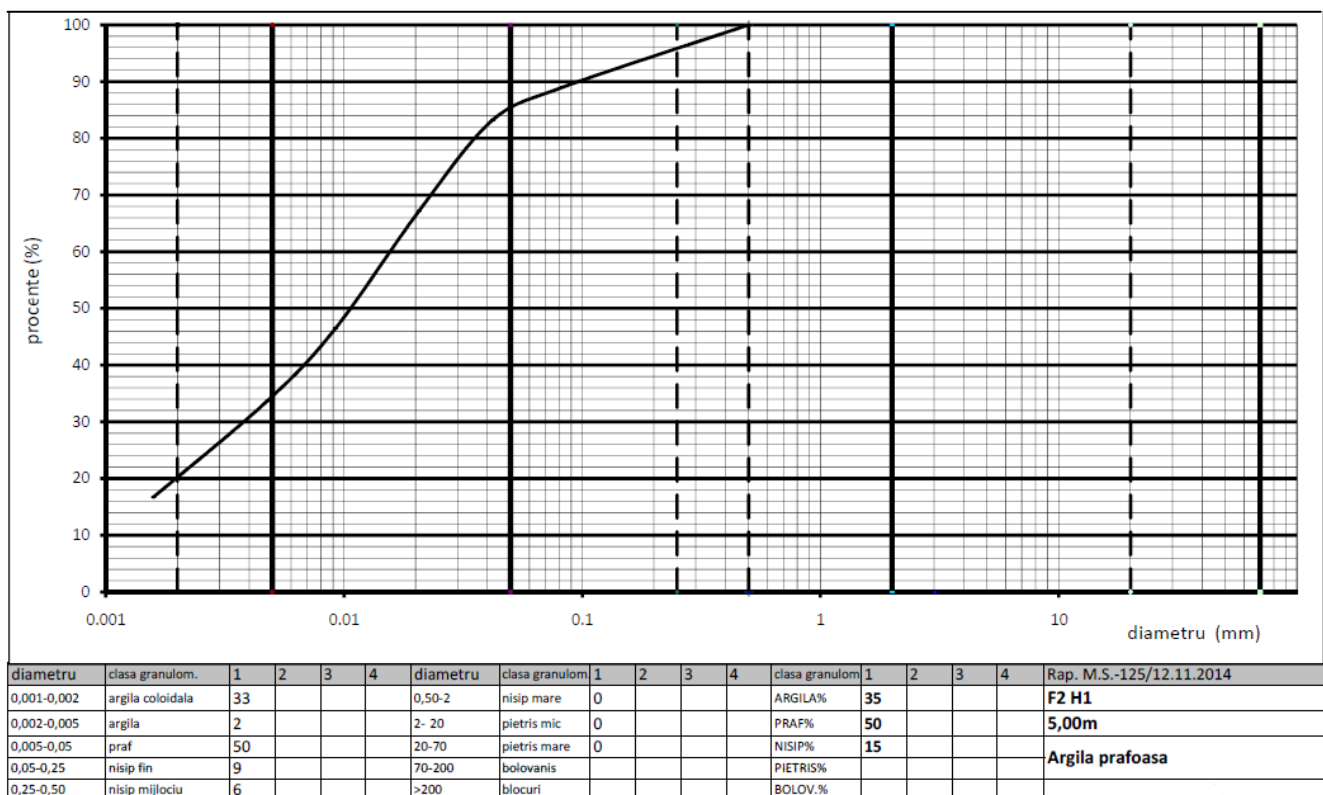


Fig.3.6.2. Curba granulometrică cumulativă standard pentru studii geotehnice.

Tabel 3.6.1. Scara granulometrica Udden-Wentworth

Dimensiunea clastelor		Denumirea categoriilor granulometrice			
[mm]	Phi: [-log ₂ (d[mm])]	Romana		Engleza (Shepard)	
>256.000	<-8	blocuri	rudit (psefit)	<i>boulders</i>	gravel
64.000	-6	galeți		<i>cobbles</i>	
4.000	-2			<i>pebbles</i>	
2.000	-1	pietriș		<i>granules</i>	
1.000	0	f.grosier	arenit (psamit)	<i>v. coarse</i>	sand
0.500	1	grosier		<i>coarse</i>	
0.250	2	mediu		<i>medium</i>	
0.125	3	fin		<i>fine</i>	
0.063	4	f.fin		<i>v. fine</i>	
0.031	5	grosier	silt (aleurit)	<i>coarse</i>	silt
0.016	6	mediu		<i>medium</i>	
0.008	7	fin		<i>fine</i>	
0.004	8	f.fin		<i>v. fine</i>	
<0.004	>8	lutit (pelit)		clay	

Caracteristicile principale ale sedimentelor sunt:

- **greutatea volumică** cuprinsă între $\gamma = 2,2 \div 2,8 \frac{tf}{m^3}$ și pentru quart, mineral predominant în nisip $\gamma_{cuart} = 2,65 \frac{tf}{m^3}$;
- **forma** granulelor este exprimată prin **sfericitate** care este definită ca raportul dintre aria suprafeței particulei și aria unei sfere de volum egal.
- **mărimea** granulelor, importantă pentru regimul de sedimentare al acestora, este exprimată prin **mărimea hidraulică** [ecuațiile (6.6) și (6.10)] definită ca **viteza constantă** de cădere liberă, prin proprie greutate într-un lichid cu o anumită vâscozitate aflat în repaus la o anumită temperatură (legea lui Stokes).

3.6.2. Modelarea sedimentării în regim hidrostatic (MS1)

Modelul conceptual al sedimentării în regim hidrostatic are trei componente: modelul spatial, modelul parametric și cel energetic.

3.6.2.1. Modelul spatial

Modelul spatial (Fig.3.6.3) are două componente:

- **spațiul de sedimentare** este o prismă rectangulară, suficient de mare (spațiu „infin”) în raport cu mărimea granulelor astfel încât să nu influențeze deplasarea acestora sub acțiunea forțelor masice .

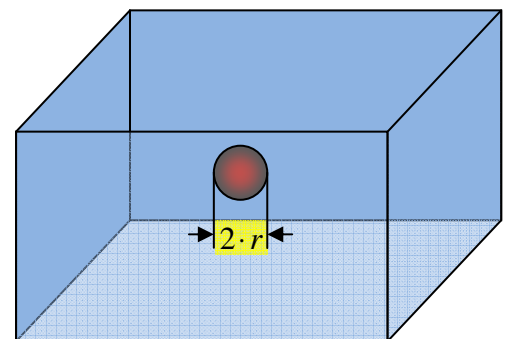


Fig.3.6.3. Modelul spatial al sedimentării în bazine stagnante

- **geometria granulelor** care se sedimentează:
 - pentru simplificarea modelării se utilizează granule **sferice**
 - pentru a elimina influența turbulenței și a forțelor inerțiale:
 - **raza sferei** $r < 0,005\text{cm}$

3.6.2.2. Modelul parametric

Modelul parametric este completat de caracteristicile „participantilor” la procesul de sedimentare :

- **caracteristicile fluidului** în care se face sedimentarea:

- **densitatea apei:** ρ_{apa}
- **vâscozitatea apei:** $\mu_{\text{apa}}, \nu_{\text{apa}}$

- **caracteristicile granulei care se sedimentează:**

- **densitatea sedimentului:** ρ_{sed}
- **masa granulei de sediment:** $m_{\text{sed}} = \rho_{\text{sed}} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$

3.6.2.3. Modelul energetic

Modelul energetic este constituit din principalele **trei forțe** al căror echilibru stabilesc starea de mișcare a granulei sedimentare sferice aflată într-un fluid în repaus (**Fig.3.6.4**):

- **forța masică:**

$$F_G = m_{\text{sed}} \cdot \vec{g} = \rho_{\text{sed}} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \cdot \vec{g} \quad (3.6.1)$$

- **forța arhimedică:**

$$F_A = \rho_{\text{apa}} \cdot \vec{V}_{\text{sed}} \cdot \vec{g} = \rho_{\text{apa}} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \cdot \vec{g} \quad (3.6.2)$$

- **forța de rezistență:**

$$F_{R_v\text{asc}\text{oz}} = 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \mu \cdot \vec{V} \quad (6.3)$$

datorată vâscozității și valabilă cu aproximație pentru o granulă sferică cu $r < 0,03\text{mm}$ care se deplasează cu viteza \vec{V} .

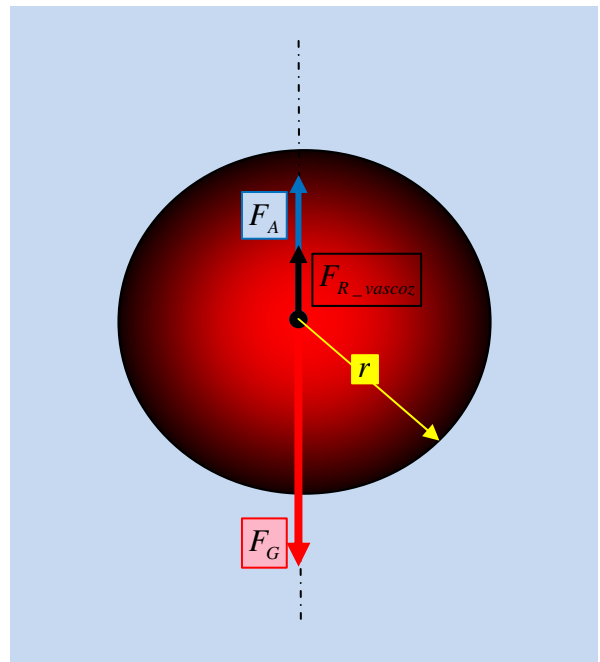


Fig.3.6.4. Echilibrul forțelor din modelul energetic al sedimentării în regim hidrostatic

Forța care determină mișcarea **accelerată** ($\frac{d\vec{V}}{dt}$) a granulei sferice de **masa** data (m_{sed}) rezultată din echilibrul celor trei forte se obține din ecuația:

$$m_{sed} \cdot \frac{d\vec{V}}{dt} = F_G - F_A - F_{R_vascoz} \quad (3.6.4)$$

în care înlocuind expresiile celor trei forte se obține:

$$m_{sed} \cdot \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho_{sed} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \cdot \vec{g} - \rho_{apa} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \cdot \vec{g} - 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \mu \cdot \vec{V} \quad (3.6.5)$$

Viteza constanta de sedimentare \vec{V}_{sed} a granulei de sediment m_{sed} se obține din ecuația (3.6.5) pentru $\frac{d\vec{V}}{dt} = 0$

$$\rho_{sed} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \cdot \vec{g} - \rho_{apa} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \cdot \vec{g} - 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \mu \cdot \vec{V}_{sed} = 0$$

din care rezulta

$$\vec{V}_{sed} = \frac{2 \cdot r^2}{9 \cdot \mu} \cdot \vec{g} \cdot (\rho_{sed} - \rho_{apa}) \quad (3.6.6)$$

Revenind la ecuația (3.6.5) în care înlocuim expresia masei granulei de sediment (m_{sed}) se obține:

$$\rho_{sed} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \cdot \frac{dV}{dt} = \rho_{sed} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \cdot \vec{g} - \rho_{apa} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \cdot \vec{g} - 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \mu \cdot \vec{V} \quad (3.6.7)$$

și prin simplificare rezulta:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\rho_{sed} - \rho_{apa}}{\rho_{sed}} \cdot \vec{g} - \frac{9 \cdot \mu}{2 \cdot r^2 \cdot \rho_{sed}} \cdot \vec{V} \Leftrightarrow \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\rho_{sed} - \rho_{apa}}{\rho_{sed}} \cdot \vec{g} - K_1 \cdot \vec{V} \quad (3.6.8)$$

în care am notat cu $K_1 = \frac{9 \cdot \mu}{2 \cdot r^2 \cdot \rho_{sed}}$ coeficientul vitezei de sedimentare.

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\rho_{sed} - \rho_{apa}}{\rho_{sed}} \cdot \vec{g} - K_1 \cdot \vec{V}; K_1 \Rightarrow \frac{1}{K_1} \frac{dV}{dt} = \frac{\rho_{sed} - \rho_{apa}}{K_1 \cdot \rho_{sed}} \cdot \vec{g} - \vec{V} \quad (3.6.9)$$

Observând (din ecuația (3.6.6) ca:

$$\frac{\rho_{sed} - \rho_{apa}}{K_1 \cdot \rho_{sed}} \cdot \vec{g} = \frac{\rho_{sed} - \rho_{apa}}{\rho_{sed}} \cdot \frac{2 \cdot r^2 \cdot \rho_{sed}}{9 \cdot \mu} \cdot \vec{g} = \vec{V}_{sed}$$

ecuatia (3.6.9) devine:

$$\frac{1}{K_1} \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{V}_{sed} - \vec{V} \Leftrightarrow \frac{d\vec{V}}{dt} = K_1 \cdot (\vec{V}_{sed} - \vec{V})$$

care prin integrate de la momentul $t = 0$ cand viteza granulei este $\vec{V} = 0$ pana la un moment t cand viteza este $\vec{V} < \vec{V}_{sed}$ conduce la ecuatia:

$$\int_0^{\vec{V}} \frac{dV}{\vec{V}_{sed} - V} = K_1 \int_0^t dt \Rightarrow \vec{V} = \vec{V}_{sed} \cdot (1 - e^{-K_1 \cdot t})$$

in care pentru $t = \infty$ viteza de sedimentare („*marimea hidraulica*” a granulei de sediment) este:

$$\vec{V} = \vec{V}_{sed} = \frac{2 \cdot r^2}{9 \cdot \mu} \cdot \vec{g} \cdot (\rho_{sed} - \rho_{apa}) \tag{3.6.10}$$

Formula (3.6.10) este valabila pentru o granula cu $r < 0,03mm$, intr-un spatiu „*infinit*” si in **regim laminar** pentru

$$Re = \frac{2 \cdot \vec{V}_{sed} \cdot r}{\nu} < 0,1 .$$

Intr-un **spatiu finit** in orice regim de miscare permanent ($\frac{d\vec{V}}{dt} = 0$) pentru o granula de sediment sferica de raza r viteza de sedimentare limita se poate exprima in functie de coeficientul unitar de rezistenta la înaintare (C_{rez}):

$$F_{R_vascoz} = F_G - F_A = C_{rez} \cdot \frac{\rho_{apa}}{2} \cdot \vec{V}^2 \cdot \pi \cdot r^2 = \rho_{sed} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \cdot \vec{g} - \rho_{apa} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \cdot \vec{g} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \cdot \vec{g} \cdot (\rho_{sed} - \rho_{apa})$$

din care rezulta:

$$C_{rez} = 2.66 \cdot \frac{r}{\vec{V}^2} \cdot \vec{g} \cdot \frac{\rho_{sed} - \rho_{apa}}{\rho_{apa}}$$

Coeficientul unitar de rezistenta la inaintare (C_{rez}) si **viteza de sedimentare** mai depind si de:

- **limitarea spatiului de sedimentare** determina reducerea **vitezei de sedimentare** (dovedit experimental; **Fig.3.6.5**):
 - Daca $\frac{R}{r} = 100$ rezulta o reducere de 2,5%
 - Daca $\frac{R}{r} = 10$ rezulta o reducere de 28%

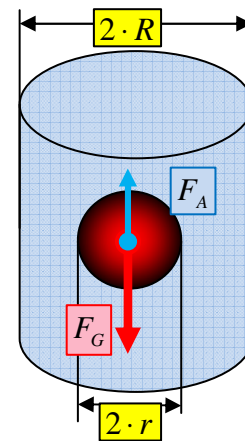


Fig.3.6.5. Efectul dimensiunii spatiului de sedimentare asupra vitezei de sedimentare

- **concentratia particulelor solide** exprimata ca raport intre volumul de particule solide (Vol_{SED}) si volumul total (Vol_{TOTAL} inclusiv lichid) conduce la reducerea vitezei de sedimentare:
 - $\frac{Vol_{SED}}{Vol_{TOTAL}} = 1\%$ rezulta o reducere de 20%
 - $\frac{Vol_{SED}}{Vol_{TOTAL}} = 4\%$ rezulta o reducere de 35%

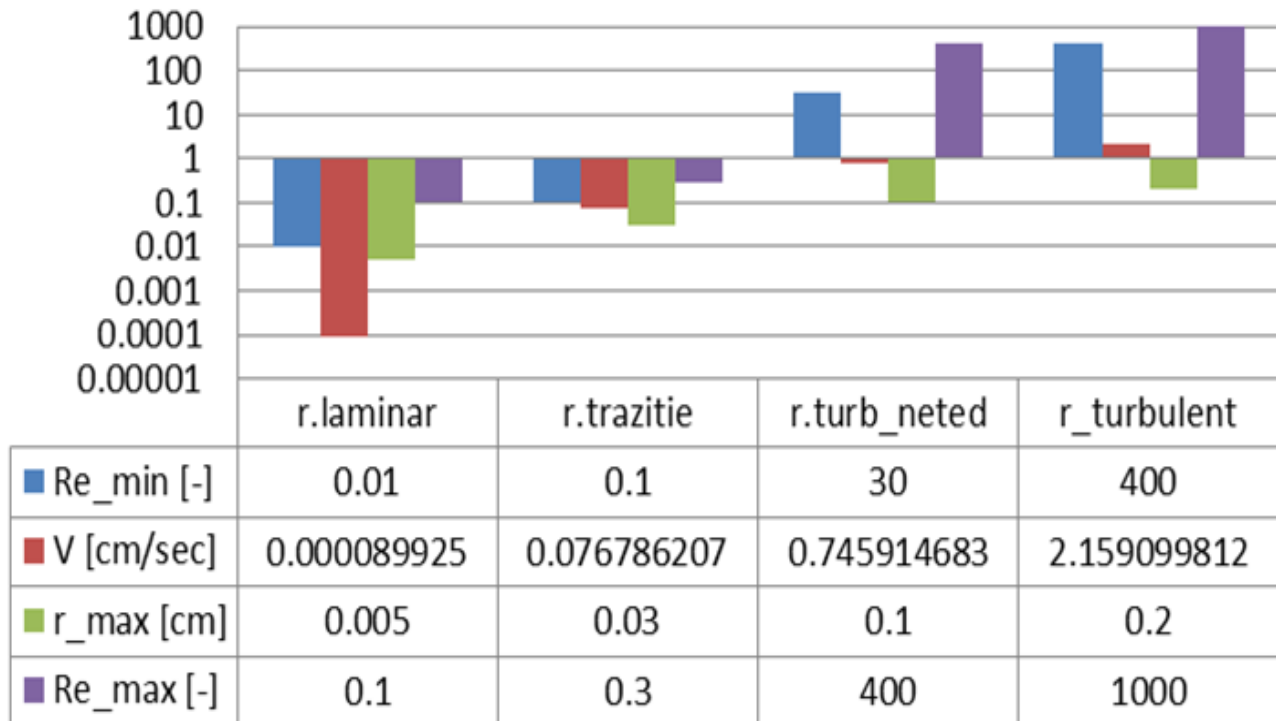
- **Numarul lui Reynolds** care indica regimul miscarii:
 - $Re < 1$ -laminar
 - $1 < Re < 30$ -tranzitie laminar-turbulent\
 - $30 < Re < 400$ - turbulenta „neteda”/reversibila
 - $Re > 400$ - turbulenta „patraticea”/ireversibila

O sinteza a rezultatelor experimentale care evalueaza **viteza de sedimentare** in functie de regimul de curgere si dimensiunea granulelor arata o crestere a acestei viteze pe masura ce regimul de curgere trece de la **laminar** la **turbulent** si dimensiunea granulelor **creste** (**Tabelul 3.6.2 și Fig.3.6.6.**).

Tabelul 3.6.2. Domenii de valabilitate pentru viteza de sedimentare in regim hidrostatic

Regim curgere	Numar Reynolds	$r[cm]$	Viteza de sedimentare $V_{sed} \left[\frac{cm}{sec} \right]$ (Mărimea hidraulică)
Laminar	$Re < 1$	$r < 0,005$	$V_{sed} = \frac{2 \cdot g \cdot r^2}{9 \cdot \nu} \cdot \left(\frac{\rho_s}{\rho_{apa}} - 1 \right)$
Tranzitie: laminar-turbulent	$1 < Re < 30$	$0,005 < r < 0,03$	$V_{sed} = \frac{2 \cdot r \cdot g^{\frac{2}{3}}}{5 \cdot \nu^{\frac{1}{3}}} \cdot \left(\frac{\rho_s}{\rho_{apa}} - 1 \right)^{\frac{2}{3}}$
Turbulent „neted”	$30 < Re < 400$	$0,03 < r < 0,1$	$V_{sed} = \frac{(2 \cdot r)^{\frac{2}{3}} \cdot g^{0,56}}{2,18 \cdot \nu^{0,11}} \cdot \left(\frac{\rho_s}{\rho_{apa}} - 1 \right)^{0,56}$
Turbulent „patraticea”	$Re > 400$	$r > 0,1$	$V_{sed} = 1,2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot r \cdot \left(\frac{\rho_s}{\rho_{apa}} - 1 \right)}$

Fig.3.6.6 **Variatia vitezei de sedimentare \vec{V}_{sed} in functie de raza particulei (r) si numarul Reynolds (Re)**



Aplicatie MS1

Aplicația ilustrează variația în timp a **vitezei de sedimentare** în **regim hidrostatic**, pentru trei fracțiuni granulometrice:

- Nisip omogen cu raza granulelor: $r_{nisip} = 2 \times 10^{-2} mm$
- Silt omogen cu raza granulelor: $r_{silt} = 2 \times 10^{-3} mm$
- Argila omogenă cu raza granulelor: $r_{argila} = 2 \times 10^{-3} mm$

Sedimentarea are loc în campul gravitațional terestru la paralela de 45 grade latitudine nordică ($\vec{g} = 9,81 \frac{m}{sec^2}$) într-un bazin cu apă ($\rho_{apa} = 1000 \frac{kg}{m^3}$; $\mu_{apa} = 1 \times 10^{-3} \frac{kg}{m \cdot sec}$) și pentru simplificare se consideră ca toate granulele sedimentare au aceeași densitate ($\rho_{sed} = 2650 \frac{kg}{m^3}$).

Rezolvare

Pentru evaluarea variației în timp a vitezei de deplasare a particulelor sedimentare în regim hidrostatic se utilizează modelul Stokes:

$$\vec{V}(t) = \vec{V}_{sed} \cdot (1 - e^{-K_1 \cdot t})$$

în care:

$$K_1 = \frac{9 \cdot \mu}{2 \cdot r^2 \cdot \rho_{sed}} = \frac{6 \cdot \pi \cdot r \cdot \mu}{m} \quad \text{și} \quad \vec{V}_{sed} = \frac{2 \cdot r^2}{9 \cdot \mu} \cdot \vec{g} \cdot (\rho_{sed} - \rho_{apa})$$

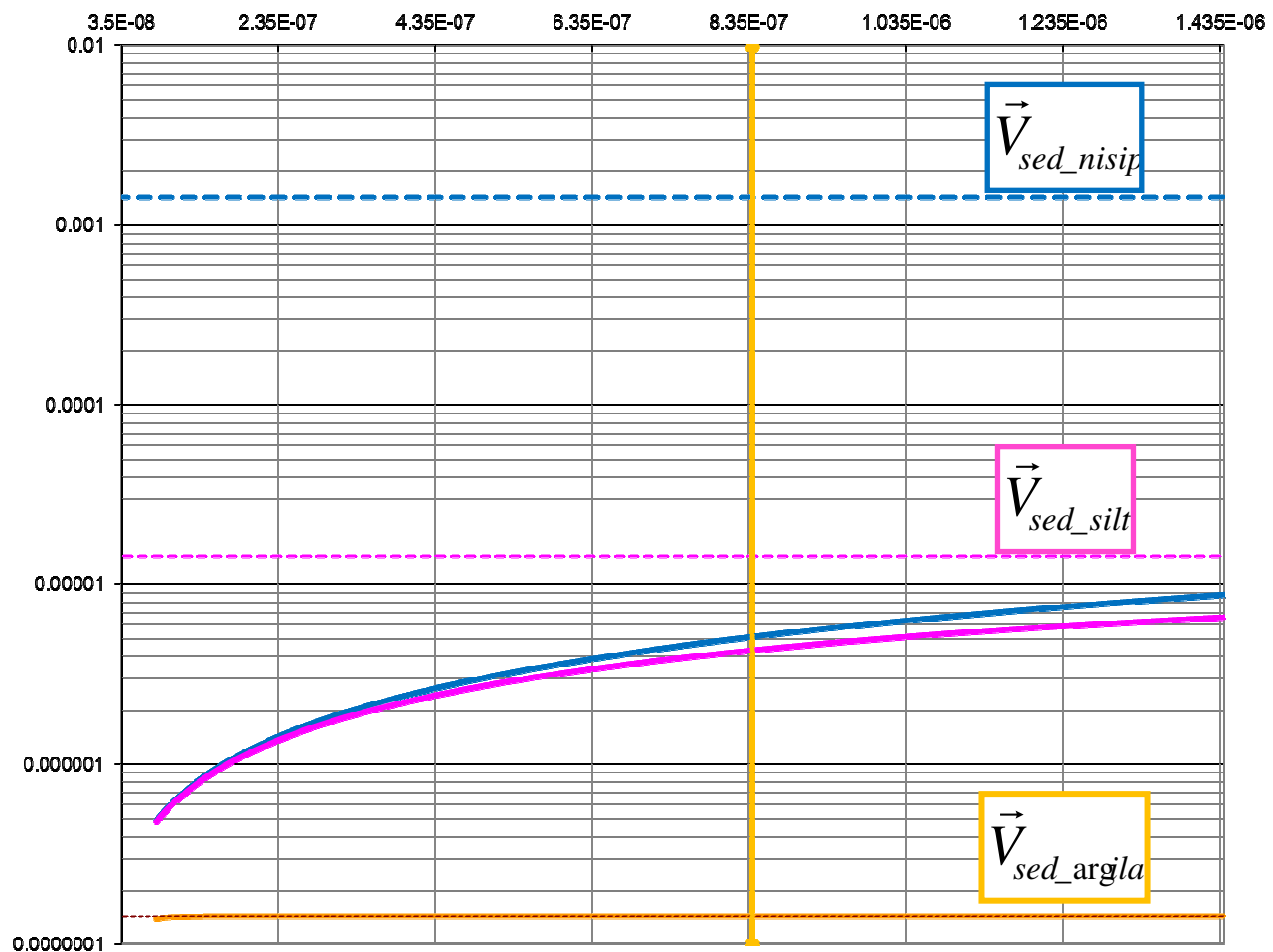


Fig.3.6.7. Variația în timp a vitezei de sedimentare în regim hidrostatic pentru nisip, silt și argila

Tabelul 3.6.3. Variația vitezei de sedimentare în regim hidrostatic pentru nisip, silt și argilă

t[sec]	NISIP		SILT		ARGILA	
	$\vec{V}(t)$ [m/sec]	\vec{V}_{sed} [m/sec]	$\vec{V}(t)$ [m/sec]	\vec{V}_{sed} [m/sec]	$\vec{V}(t)$ [m/sec]	\vec{V}_{sed} [m/sec]
0.00E+00	0.00E+00	1.44E-03	0.00E+00	1.44E-05	0.00E+00	1.44E-07
4.00E-08	2.44E-07	1.44E-03	2.42E-07	1.44E-05	1.17E-07	1.44E-07
8.00E-08	4.88E-07	1.44E-03	4.80E-07	1.44E-05	1.39E-07	1.44E-07
1.20E-07	7.32E-07	1.44E-03	7.14E-07	1.44E-05	1.43E-07	1.44E-07
1.60E-07	9.76E-07	1.44E-03	9.44E-07	1.44E-05	1.44E-07	1.44E-07
4.40E-07	2.68E-06	1.44E-03	2.45E-06	1.44E-05	1.44E-07	1.44E-07
4.80E-07	2.93E-06	1.44E-03	2.65E-06	1.44E-05	1.44E-07	1.44E-07
5.20E-07	3.17E-06	1.44E-03	2.85E-06	1.44E-05	1.44E-07	1.44E-07
5.60E-07	3.41E-06	1.44E-03	3.04E-06	1.44E-05	1.44E-07	1.44E-07
6.00E-07	3.66E-06	1.44E-03	3.23E-06	1.44E-05	1.44E-07	1.44E-07
6.40E-07	3.90E-06	1.44E-03	3.42E-06	1.44E-05	1.44E-07	1.44E-07
6.80E-07	4.14E-06	1.44E-03	3.60E-06	1.44E-05	1.44E-07	1.44E-07
7.20E-07	4.39E-06	1.44E-03	3.79E-06	1.44E-05	1.44E-07	1.44E-07
7.60E-07	4.63E-06	1.44E-03	3.96E-06	1.44E-05	1.44E-07	1.44E-07
1.12E-06	6.82E-06	1.44E-03	5.44E-06	1.44E-05	1.44E-07	1.44E-07
1.16E-06	7.06E-06	1.44E-03	5.59E-06	1.44E-05	1.44E-07	1.44E-07
1.20E-06	7.30E-06	1.44E-03	5.74E-06	1.44E-05	1.44E-07	1.44E-07
1.24E-06	7.55E-06	1.44E-03	5.88E-06	1.44E-05	1.44E-07	1.44E-07
1.28E-06	7.79E-06	1.44E-03	6.03E-06	1.44E-05	1.44E-07	1.44E-07
1.32E-06	8.03E-06	1.44E-03	6.17E-06	1.44E-05	1.44E-07	1.44E-07
1.36E-06	8.27E-06	1.44E-03	6.30E-06	1.44E-05	1.44E-07	1.44E-07
1.40E-06	8.52E-06	1.44E-03	6.44E-06	1.44E-05	1.44E-07	1.44E-07
1.44E-06	8.76E-06	1.44E-03	6.57E-06	1.44E-05	1.44E-07	1.44E-07

Din analiza variației vitezei de sedimentare în regim hidrostatic pentru cele trei tipuri granulometrice rezultă că (**Tabelul 3.6.3** și **Fig.3.6.7**):

- Viteza de sedimentare ($\vec{V}(t)$) crește în timp până la o valoare maximă după care devine constantă (\vec{V}_{sed})
- Viteza maximă de sedimentare (\vec{V}_{sed}), cunoscută și sub numele de **mărime hidraulică**, este proporțională cu diametrul granulelor dacă au aceeași densitate:

$$\vec{V}_{sed_nisip} = 1.44 \times 10^{-3} \frac{m}{sec} > \vec{V}_{sed_silt} = 1.44 \times 10^{-5} \frac{m}{sec} > \vec{V}_{sed_argila} = 1.44 \times 10^{-7} \frac{m}{sec}$$

- Timpul după care se atinge viteza maximă de sedimentare (t_{sed}) este proporțional cu diametrul granulelor dacă au aceeași densitate:

$$t_{sed_nisip} > t_{sed_silt} > t_{sed_argila}$$