

4. HIDROCINEMATICA .....	2
4.1. SISTEME DE REPREZENTARE A MISCĂRII FLUIDELOR .....	2
4.2. DESCRIPTORI AI MIȘCĂRII FLUIDELOR .....	5
4.3. PRINCIPII FUNDAMENTALE ALE MISCĂRII FLUIDELOR .....	8
4.3.1. CONSERVAREA MASEI .....	8
4.3.2. CONSERVAREA ENERGIEI .....	10
4.4. DETERMINAREA DESCRIPTORILOR MIȘCĂRII FLUIDELOR .....	13
4.4.1. Debitul unei conducte sub presiune .....	13
4.4.2. Presiunea unui fluid în mișcare .....	14
4.4.2.1. Presiunea statică .....	14
4.4.2.2. Presiunea totală .....	15

## 4. HIDROKINEMATICA

**Hidrocinematica** studiază **mișcarea fluidelor** fără a lua în considerare cauzele care o produc, rezultatele ei fiind valabile atât pentru **lichidele perfecte** cât și pentru cele **vâscoase**.

**Mișcarea fluidelor** este mișcarea întregului sistem **continuu** de particule și este raportată la **două sisteme de reprezentare** spațială:

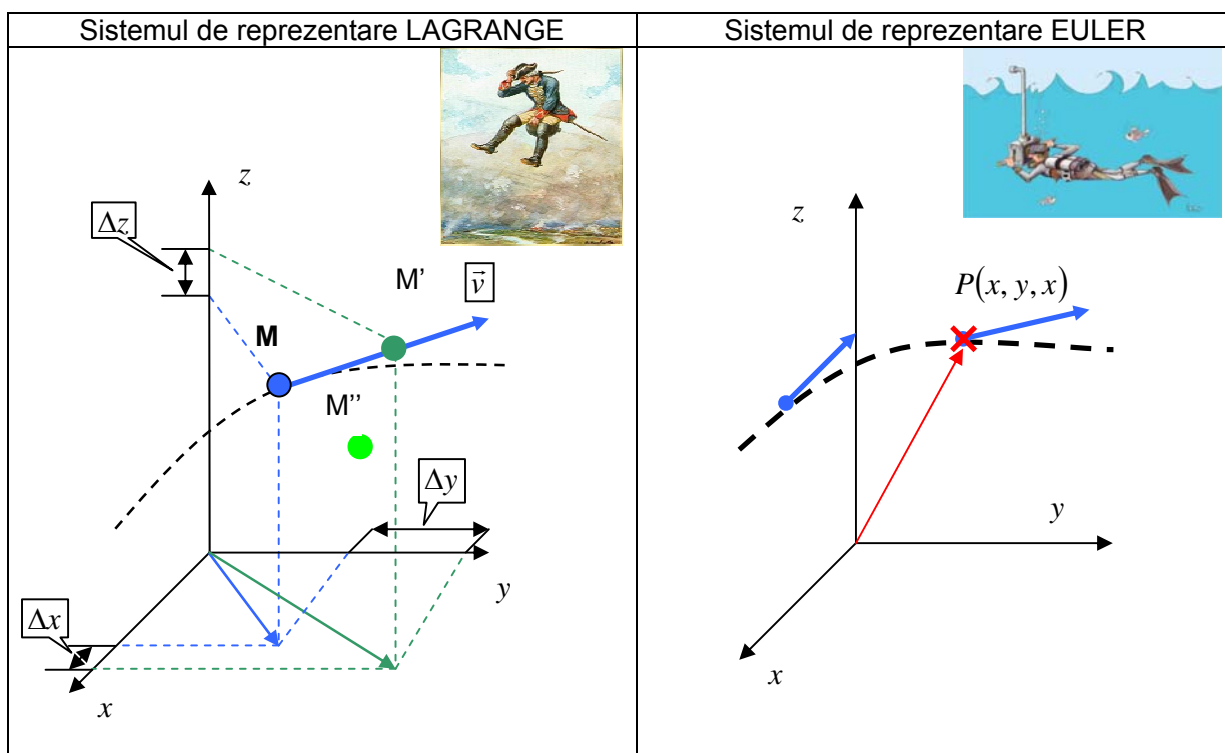
- **sistemul de reprezentare Lagrange**
- **sistemul de reprezentare Euler**

**Descriptorii** mișcării fluidelor sunt:

- **linie de curent și tub de curent**
- **debit volumic, debit masic, debit de greutate**
- **viteză**
- **acelerație;**

**Modelele matematice** ale mișcării fluidelor respectă principiile fundamentale ale **conservării masei** și **energiei**, integrând în ecuații corelațiile dintre : **proprietățile fluidelor**, **descriptorii mișcării** și **forțele** care acționează asupra fluidelor.

### 4.1. SISTEME DE REPREZENTARE A MIȘCĂRII FLUIDELOR



<p>Mărimile fizice cu care se descrie mișcarea (viteză, accelerație etc.) sunt atașate <b>particulelor de fluid</b> (M).</p>	<p>Mărimile fizice cu care se descrie mișcarea (viteză, accelerație, presiune, densitate etc.) sunt atașate <b>punctelor</b> (P) din domeniul de curgere.</p>
<p><b>Variabilele independente :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>x_0, y_0, z_0</math> - coordonatele <b>particulei</b> la momentul inițial</li> <li><math>t</math> - timpul</li> </ul>	<p><b>Variabilele independente :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>x, y, z</math> - coordonatele <b>punctelor</b> din domeniul de curgere ;</li> <li><math>t</math> - timpul</li> </ul>
<p><b>Variabilele dependente</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>x, y, z</math> - coordonatele particulei la diverse momente</li> <li><math>u, v, w</math> - vitezele particulei la un anumit moment</li> <li><math>a_x, a_y, a_z</math> - accelerațiile particulei la un moment dat</li> <li><math>p</math> - presiunea</li> </ul>	<p><b>Variabilele dependente :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>v</math> - viteza locală, egală cu viteza particulei care se află în punctul <math>P(x, y, z)</math> ;</li> <li><math>p</math> - presiunea din punctul <math>P(x, y, z)</math></li> </ul>
<p>Exprimarea dependenței funcționale</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>x = F_1(x_0, y_0, z_0, t)</math></li> <li><math>y = F_2(x_0, y_0, z_0, t)</math></li> <li><math>z = F_3(x_0, y_0, z_0, t)</math></li> </ul> <p>sau sub formă vectorială :</p> $\vec{r} = \vec{r}(\vec{r}_0, t) \text{ unde } \vec{r}_0 = x_0 \cdot \vec{i} + y_0 \cdot \vec{j} + z_0 \cdot \vec{k}$ <ul style="list-style-type: none"> <li><math>v_x = \frac{\partial x}{\partial t}; v_y = \frac{\partial y}{\partial t}; v_z = \frac{\partial z}{\partial t}</math></li> <li><math>a_x = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}; a_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}; a_z = \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}</math></li> <li><math>a_x = \frac{\partial v_x}{\partial t}; a_y = \frac{\partial v_y}{\partial t}; a_z = \frac{\partial v_z}{\partial t}</math></li> <li><math>p = p(x, y, z)</math></li> </ul>	<p>Exprimarea dependenței funcționale (a vitezei particulelor care trec prin același punct fix din spațiul ocupat de fluid)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>v_x = f_1(x, y, z, t)</math></li> <li><math>v_y = f_2(x, y, z, t)</math></li> <li><math>v_z = f_3(x, y, z, t)</math></li> <li><math>p = p(x, y, z, t)</math></li> </ul> <p>Dacă se consideră <b>traectoria unei particule</b>, în sistemul Euler, vitezele se determină ca <b>derivate totale</b> ale funcțiilor <math>x, y, z</math>, deoarece creșterile lui <math>x, y, z</math>, reprezentând deplasarea particulei sunt în funcție de timp și componentele vitezei:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>v_x = \frac{dx}{dt}; v_y = \frac{dy}{dt}; v_z = \frac{dz}{dt}</math></li> </ul>
<p>Relații de trecere de la sistemul de coordonate LANGRANGEAN la cel EULERIAN</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>Dx = v_x \cdot dt</math></li> <li><math>Dy = v_y \cdot dt</math></li> <li><math>Dz = v_z \cdot dt</math></li> </ul>	
<p>în care <math>Dx, Dy, Dz</math> reprezintă componentele drumului elementar al particulei, <math>x, y, z</math> fiind coordonatele particulei din sistemul Lagrange, semnalat prin notația diferențială <math>D</math>.</p>	
<p>Accelerația LANGRANGEANA</p> $a_x = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}$	<p>Accelerația EULERIANA</p> <p>Accelerația particulei care se află în punctul <math>P(x, y, z)</math> nu poate fi calculată ca derivată totală a vitezei în raport cu timpul pentru că înainte și după momentul <math>t</math> în punctul <math>P(x, y, z)</math> este altă particulă cu</p>

$$a_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$a_z = \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

altă viteză  $\vec{v}(\vec{r}, t)$ .

Soluția este introducerea **derivatei substanțiale** a vitezei locale (derivata totală) care se stabilește astfel:

- Se scrie **diferențiala totală** a vitezei locale în punctul  $P$  :

$$d\vec{v} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} dx + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} dy + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} dz$$

în care

- primul termen, **diferențiala temporală**, reprezintă **variația vitezei în timp**, aceeași pentru toate punctele din vecinătatea punctului  $P$  ;
- următorii trei termeni, **diferențiala direcțională**, reprezintă **variația locală a vitezei**, în jurul lui  $P$ , la  $t = const.$ , după un drum oarecare, altul decât al particulei ( $MM'$ )
- în diferențiala totală se înlocuiește **variația locală** a vitezei cu **diferențiala direcțională** în timpul  $dt$  după parcursul particulei  $M$  pe traseul  $MM'$ , relație în care  $x, y, z$  reprezintă coordonatele particulei de fluid din sistemul lagrangean de reprezentare:

$$D\vec{v} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} dt + \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \cdot Dx + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \cdot Dy + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \cdot Dz \right)$$

- se face trecerea la variabilele Euler ținând seama de relațiile de mai sus,  $Dx = v_x \cdot dt$ ,  $Dz = v_z \cdot dt$ ,  $Dy = v_y \cdot dt$  și se obține derivata substanțială a vitezei locale cu două componente:

$$\vec{a} = \frac{D\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + v_x \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial z}$$

- accelerația locală:  $\vec{a}_l = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$

- accelerația spațială:  $\vec{a}_s = v_x \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial z}$

cu cele trei componente:

$$\bullet \quad a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \cdot \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial v_x}{\partial z}$$

$$\bullet \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \cdot \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial v_y}{\partial z}$$

$$\bullet \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \cdot \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

Accelerația poate fi scrisă mai compact utilizând operatorul nabla:

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v}$$

## 4.2. DESCRIPTORI AI MIȘCĂRII FLUIDELOR

**Descriptorii** mișcării fluidelor descriu câmpul vectorial al mișcării particulelor de fluid.

**Traietoria a particulei**, descriptor definit în sistemul de reprezentare lagrangean, este mulțimea punctelor prin care trece centrul de greutate al unei particule de fluid.

Traietoria este descrisă de ecuația vectorială:

$$\vec{r} = \vec{r}(\vec{r}_0, t)$$

în care

$$\vec{r}_0 = x_0 \cdot \vec{i} + y_0 \cdot \vec{j} + z_0 \cdot \vec{k}$$

poziției inițiale

$t$  - timpul

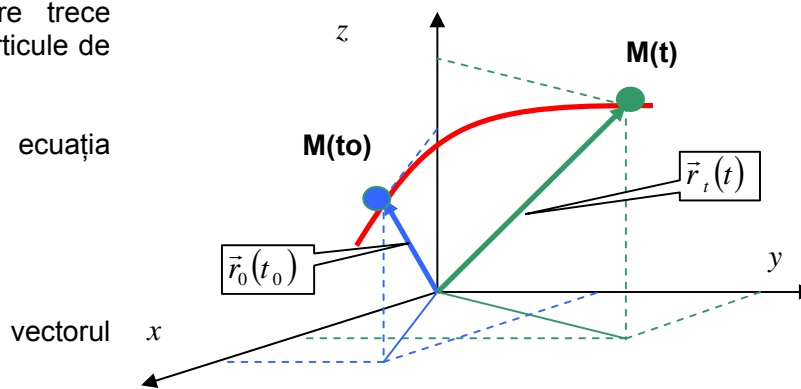


Fig.4.1. Traietoria unei particule de fluid

**Linie fluidă** este o înșiruire continuă de particule care la o mișcare cu structură continuă își menține în timp individualitatea.

**Linie de curent** este curba tangentă în fiecare punct al ei la vectorul viteză din acel punct și reprezintă distribuția vitezelor instantanee ale fluidului.

Conform definiției, dacă  $d\vec{l}(dx, dy, dz)$  și  $\vec{v}(v_x, v_y, v_z)$  sunt **elementul de arc al liniei de curent**, respectiv **viteza fluidului** într-un punct, ecuațiile liniei de curent rezultă din condiția de tangență:

$$\vec{v} \times d\vec{l} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ dx & dy & dz \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix} = (v_z \cdot dy - v_y \cdot dz) \cdot \vec{i} + (v_x \cdot dz - v_z \cdot dx) \cdot \vec{j} + (v_y \cdot dx - v_x \cdot dy) \cdot \vec{k} = 0$$

și sunt:

$$v_z \cdot dy = v_y \cdot dz; \quad v_x \cdot dz = v_z \cdot dx; \quad v_y \cdot dx = v_x \cdot dy \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y} = \frac{dz}{v_z}$$

Relația dintre **traietorie** și **linie de curent** este determinată de caracterul mișcării fluidului:

- **traietoria coincide cu linia de curent** în cazul mișcării **permanente** și **semipermanente**, adică atunci când în timp viteza nu își schimbă direcția;
- **traietoria particulei este diferită de linia de curent** în cazul mișcării **nepermanente**, atunci când viteza își schimbă direcția în timp.

Familia liniilor de curent are următoarele proprietăți:

- prin fiecare punct al domeniului de curgere trece o linie de curent, consecință a ipotezei continuității fluidului.

- Printr-un punct al domeniului, cu excepția **punctelor singulare** de viteză locală **nulă** sau **infinită**, nu trece decât o singură linie de curent.

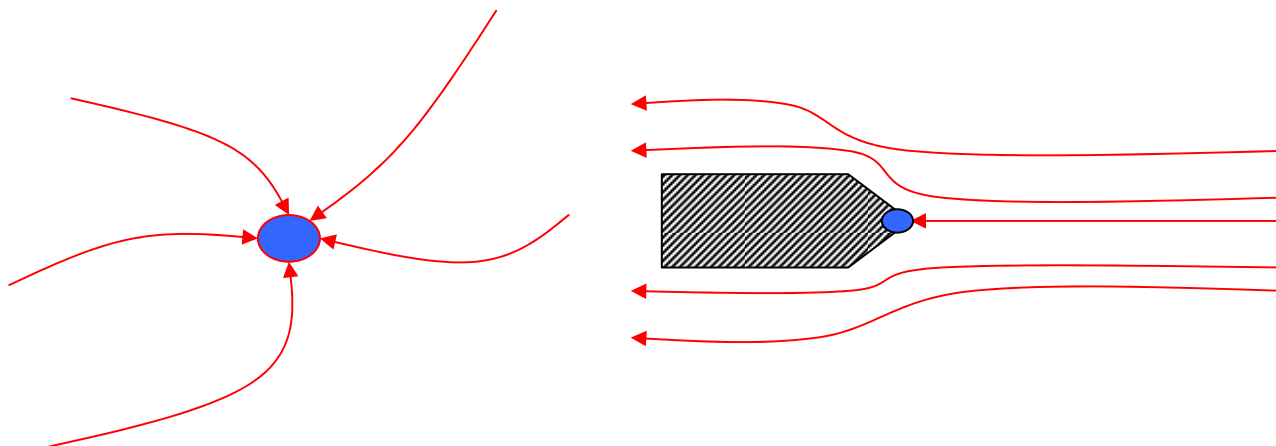


Fig.4.2. Linii de curent în puncte singulare

**Tub de curent** este suprafață formată de totalitatea liniilor de curent care trec prin punctele unei curbe închise C care nu este linie de curent

**Fir de curent** este linia fluidă din interiorul unui tub de curent la care secțiunea normală la axa tubului de curent are o arie infinitezimală. Cu alte cuvinte firul de curent materializează linia de curent.

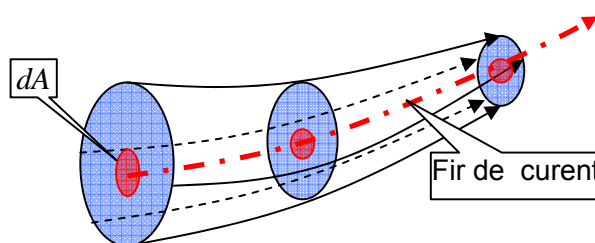


Fig.4.3. Tub de curent și fir de curent

**Debitul** este cantitatea de fluid care trece în unitatea de timp printr-o suprafață fixă S.

Volumul de lichid care trece prin suprafața elementară  $dS$  în intervalul de timp  $dt$  este:

$$dV = \int_S v_n \cdot dt \cdot dS = \int_S v \cdot \cos(\vec{v}, \vec{n}) \cdot dt \cdot dS = dt \int_S \vec{v} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

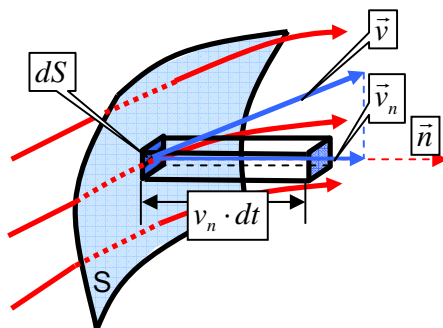


Fig.4.4. Debitul printr-o suprafață fixă S

Debitul poate fi exprimat în trei forme:

$$\text{-debit volumic: } Q = \frac{dV}{dt} = \int_S \vec{v} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

$$\text{-debit masic: } Q_m = \frac{dm}{dt} = \int_S \rho \cdot \vec{v} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

$$\text{-debit de greutate: } Q_g = \frac{dG}{dt} = \int_S \gamma \cdot \vec{v} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

Dacă fluidul este **omogen** rezultă egalitățile :

$$Q_m = \rho \cdot Q; \quad Q_g = \gamma \cdot Q$$

**Viteza medie** într-o secțiune S a unui tub de curent este tangentă la axa tubului de curent, are sensul mișcării și are modulul egal cu raportul dintre debitul volumic  $Q$  care trece prin S și suprafața acesteia  $S$  :

$$\vec{v} = \frac{Q}{S} = \int_S \vec{v} \cdot \vec{n} \cdot \frac{dS}{S}$$

**Accelerația** mișcării fluidelor poate fi exprimată în două variante conform celor două sisteme de reprezentare:

-accelerația unei **particule de lichid** (sistem lagrangean):

$$a_x = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \quad a_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad a_z = \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

-accelerația într-un **punct al câmpului/domeniului** de curgere (sistem eulerian) :

$$\vec{a} = \frac{D\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + v_x \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial z}$$

cu cele două componente

-accelerația locală:

$$\vec{a}_l = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$$

-accelerația spațială:

$$\vec{a}_s = v_x \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial z}$$

### 4.3. PRINCIPII FUNDAMENTALE ALE MISCĂRII FLUIDELOR

Mișcarea fluidelor se face în condițiile respectării a două principii fundamentale care asigură:

- continuitatea fluidului ( conservare ale *masei* )
- echilibrul forțelor care acționează asupra fluifului (conservarea *energiei*).

#### 4.3.1. CONSERVAREA MASEI

Exprimarea principiului conservării masei într-o formă specifică hidraulicii necesită definirea *sistemului lichid* ca o cantitate de lichid formată pe toată durata curgerii din aceleași particule de lichid. Masa sistemului lichid nu variază în timp chiar dacă în evoluția sa sistemul lichid ocupă diverse poziții și are diferite forme.

Fie *sistemul lichid* dintr-un tub de curent mărginit de suprafața  $S$  care în momentul  $t$  ocupă spațiul delimitat de această suprafață și *secțiunile 1 și 2* (Fig.4.8). Deoarece vectorul viteză este tangent la  $S$ , prin suprafața  $S$  nu trece lichid și sistemul lichid nu se poate deplasa decât de-a lungul tubului de curent într-o mișcare pe care o considerăm permanentă/semipermanentă (cele două tipuri de mișcări asigură stabilitatea formei suprafeței  $S$  în timp).

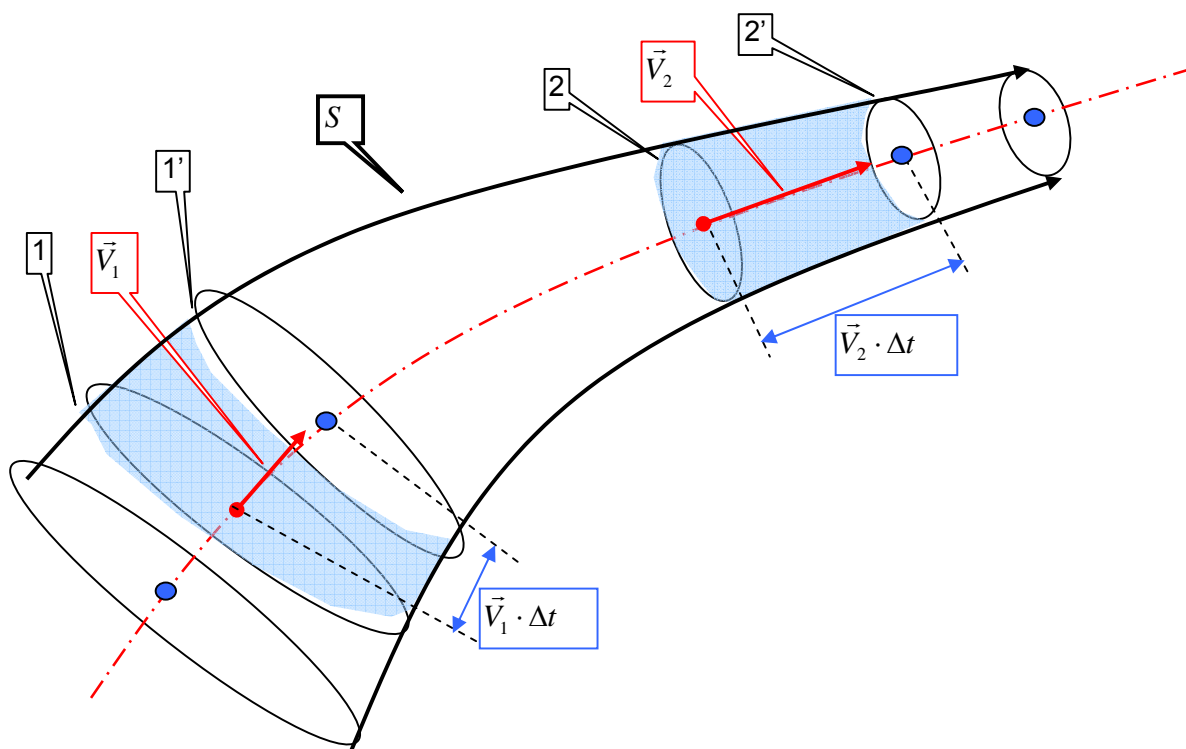


Fig. 4.8. Conservarea masei într-un tub de curent



La momentul  $t + \Delta t$  sistemul lichid este mărginit de **secțiunile 1' și 2'** și **principiul conservării masei** se poate exprima prin relația:

$$m_{11'} + m_{1'2} = m_{1'2} + m_{22'} \Leftrightarrow m_{11'} = m_{22'}$$

în care

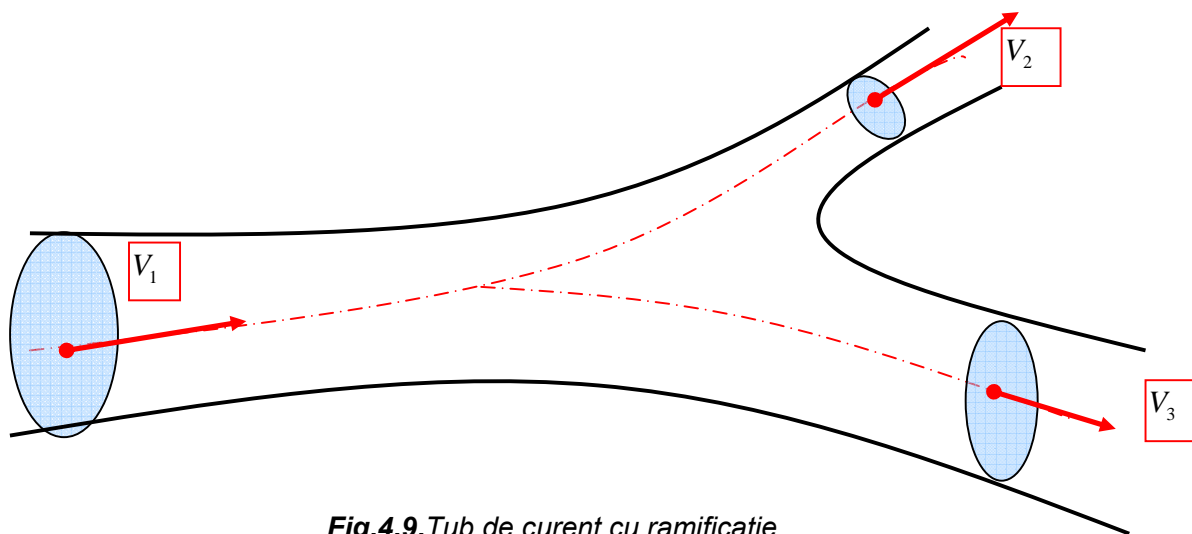
$m_{ab}$  este masa de lichid cuprinsă între secțiunile  $a$  și  $b$  ( $a = 1,1',2$ ;  $b = 1',2,2'$ )

Lichidul fiind omogen și incompresibil relația poate fi exprimată prin **volum** ( $Vol$ ), **viteze medii** ( $V_1, V_2$ ), **secțiuni** ( $A_1, A_2$ ) sau **debite** ( $Q_1, Q_2$ ) sub formele:

$$\rho \cdot Vol_{11'} = \rho \cdot Vol_{22'} \Leftrightarrow Vol_{11'} = Vol_{22'} \Leftrightarrow V_1 \cdot \Delta t \cdot A_1 = V_2 \cdot \Delta t \cdot A_2 \Rightarrow$$

$$V_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot A_2 \Leftrightarrow Q_1 = Q_2$$

În cazul unui tub de curent **ramificat** (**Fig.4.9**) ecuația de continuitate ia forma:



**Fig.4.9.** Tub de curent cu ramificație

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \Leftrightarrow V_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot A_2 + V_3 \cdot A_3$$

**Ecuația conservării masei** este numită și **ecuația continuității** deoarece asigură integritatea sistemului lichid pe tot parcursul curgerii, adică absența "golurilor" dihn lichid.

### 4.3.2. CONSERVAREA ENERGIEI

Exprimarea conservării energiei mecanice de-a lungul liniilor de curent permite calculul descriptorilor mișcării fluidelor, descriptori utilizați pentru pentru evaluarea cantitativă a mișcării acestora.

Legea conservării energiei mecanice se poate obține aplicând **teorema echivalenței** dintre **lucrul mecanic** efectuat de **forțele exterioare** și variația **energiei cinetice** în timpul considerat, aplicată unei mase de fluid cuprinsă între secțiunile 1-1 și 2-2 la un moment dat (**Fig.4.10**).

După un interval de timp  $dt$ , masa de fluid se va afla în poziția 1'-1' și 2'-2', iar **lucrul mecanic** efectuat de **forțele exterioare** are două componente:

- Lucrul mecanic al **forțelor de greutate**:

$$dL_G = dG \cdot (z_1 - z_2) \text{ în care } dG = \gamma \cdot dA_1 \cdot v_1 \cdot dt = \gamma \cdot dA_2 \cdot v_2 \cdot dt$$

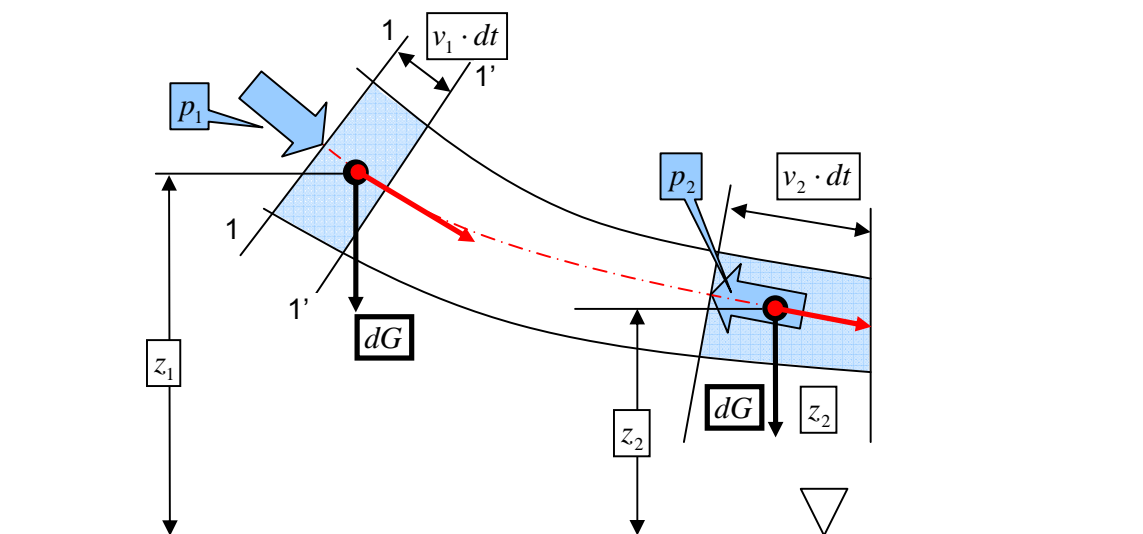
- Lucrul mecanic al **forțelor de presiune**:

$$dL_p = p_1 \cdot dA_1 \cdot v_1 \cdot dt - p_2 \cdot dA_2 \cdot v_2 \cdot dt$$

Variația energiei cinetice a volumelor 2-2' și 1-1' este:

$$dE_c = \frac{dm_2 \cdot v_2^2}{2} - \frac{dm_1 \cdot v_1^2}{2} = \frac{dG}{2 \cdot g} (v_2^2 - v_1^2)$$

deoarece  $dm_1 = dm_2 = \frac{dG}{g}$  conform legii conservarea masei.



**Fig.4.10. Ecuația conservării energiei mecanice (ecuația lui Bernoulli)**

Aplicând **teorema echivalenței** rezultă:

$$dL_G + dL_p = dE_c$$

care după înlocuirea termenilor devine:

$$dG(z_1 - z_2) + p_1 \cdot dA_1 \cdot v_1 \cdot dt - p_2 \cdot dA_2 \cdot v_2 \cdot dt = \frac{dG}{2g}(v_2^2 - v_1^2)$$

și prin simplificare cu  $dG$  poate fi scrisă sub forma:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

Forma finală este **ecuația fundamentală a lui Bernoulli** pentru un fluid perfect (incompresibil și fără vâscozitate) în care:

- $z$  - **energia specifică de poziție** (energia potențială de poziție raportată la greutatea particulei):

$$z = \frac{dG \cdot z}{dG}$$

- $\frac{p}{\gamma}$  - **energia specifică de presiune** (energia care face ca o particulă de greutate  $dG$ , supusă unei presiuni  $p$  să se poată ridica într-un tub piezometric la înălțimea  $\frac{p}{\gamma}$ ):

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{dG \cdot \frac{p}{\gamma}}{dG}$$

- $\frac{v^2}{2 \cdot g}$  - **energia specifică cinetică:**

$$\frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{dm \cdot v^2}{2 \cdot dG} = \frac{dG \cdot v^2}{2 \cdot g \cdot dG}$$

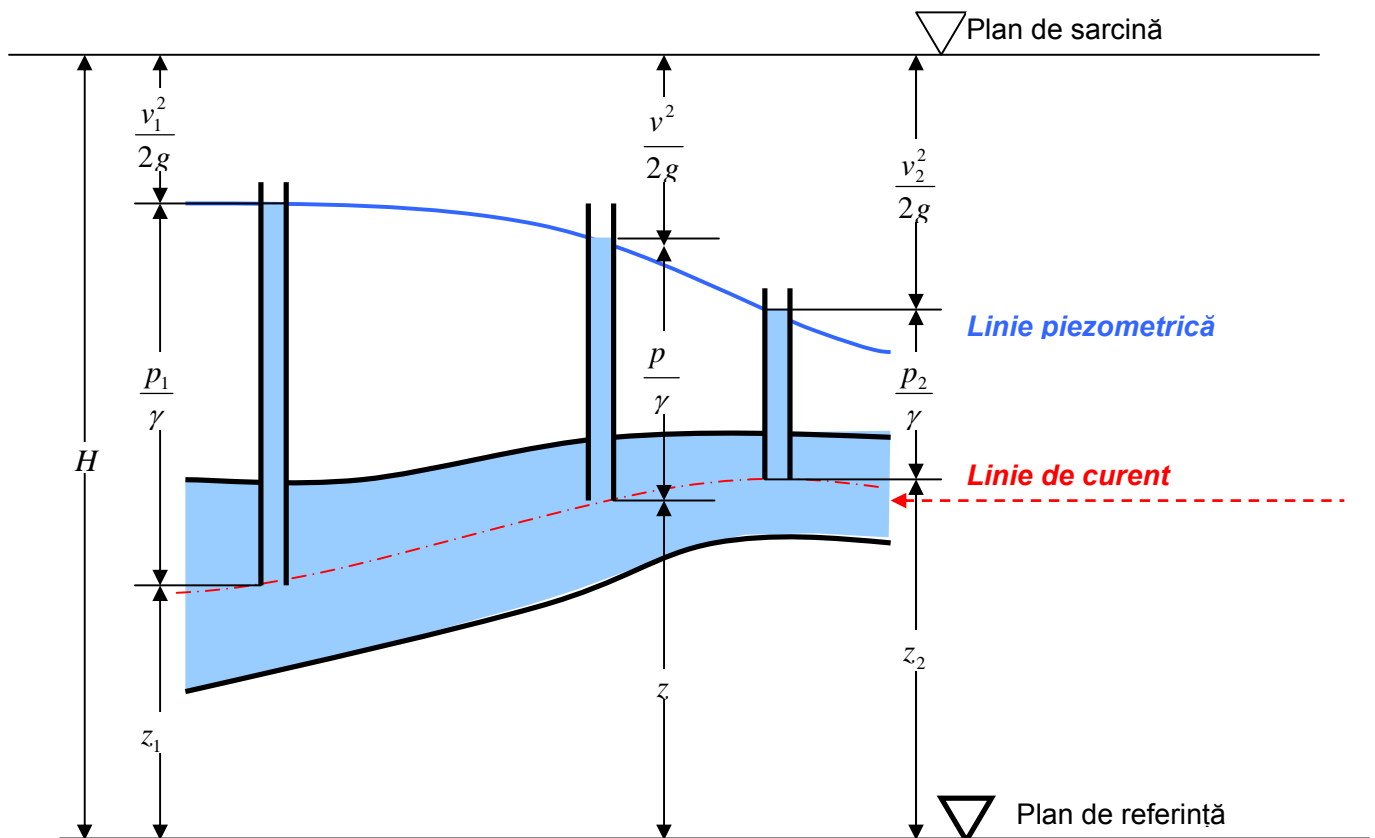
Ecuția lui Bernoulli exprimă legea conservării energiei care spune că energia specifică totală a unei particule de fluid perfect aflat în mișcare permanentă este constantă pe o linie de curent.

Ecuția lui Bernoulli poate fi reprezentată grafic (**Fig.4.11**) deoarece formele de energie au dimensiuni de lungime:

- $z$  - **cota punctului** de pe linia de curent raportată la un plan de referință;
- $\frac{p}{\gamma}$  - **înălțimea piezometrică** pusă în evidență într-un tub piezometric deschis;
- $\frac{v^2}{2 \cdot g}$  - **înălțimea cinetică**

Suma acestor componente exprimă **sarcina hidrodinamică** ( $H$ ) și pentru un fluid perfect este constantă pe o linie de curent:

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2 \cdot g}$$



**Fig.4.11.**Reprezentarea grafică a componentelor ecuației lui Bernoulli pentru un fluid perfect.

#### 4.4.DETERMINAREA DESCRIPTORILOR MIȘCĂRII FLUIDELOR

Determinarea descriptorilor mișcării fluidelor se realizează prin intermediul unui număr mare de dispozitive care furnizează informațiile necesare calculului descriptorilor. **Debitul (viteza), presiunea (viteza)** sunt descriptorii frecvent utilizați în descrierea mișcării fluidelor.

##### 4.4.1. Debitul unei conducte sub presiune

**Debitul** unei conducte sub presiune se determină utilizând **dispozitivul Venturi** pentru măsurarea diferenței de **presiune hidrostatică** ( $\Delta h = (p_1 - p_2)/\gamma$ ) dintre două tronsoane ale unei conducte cu diametre diferite (**Fig.4.12.**).

Relația de calcul pentru **debit** rezultă prin rezolvarea sistemului format din:

- **ecuația lui Bernoulli** (conservarea energiei)
- **ecuația de continuitate (conservarea masei)**

scrise pentru secțiunile 1 și 2, de **suprafețe**  $A_1$  respectiv  $A_2$  și cu **vitezele medii**  $V_1$  respectiv  $V_2$ :

$$\begin{cases} \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \\ V_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot A_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{V_1^2}{2g} \left[ \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right] = \Delta h$$

Soluțiile sistemului sunt:

$$V_1 = \frac{\sqrt{2g\Delta h}}{\sqrt{\left[ \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right]}}$$

și

$$Q = A_1 \cdot \frac{\sqrt{2g\Delta h}}{\sqrt{\left[ \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right]}}$$

Între secțiunile 1 și 2 sunt **pierderi de sarcină** care reduc **debitul real** în raport cu debitul calculat ( $Q$ ). Pentru corectarea acestei subestimări se introduc **coeficienți de corecție** ( $\mu$ ) care se determină experimental prin operațiunea de **calibrare** a dispozitivului.

$$\text{Notând } \mu \sqrt{\frac{2g}{\left[ \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right]}} = C, \text{ formula debitului devine: } Q = C \cdot \sqrt{\Delta h}$$

**Constanta**  $C$  este proprie fiecărui dispozitiv, ea fiind cea care se determină în operațiunea de calibrare.

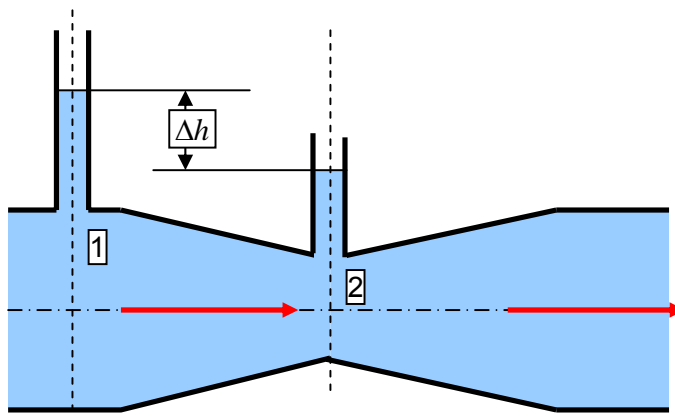


Fig.4.12. Tub Venturi

#### 4.4.2. Presiunea unui fluid în mișcare

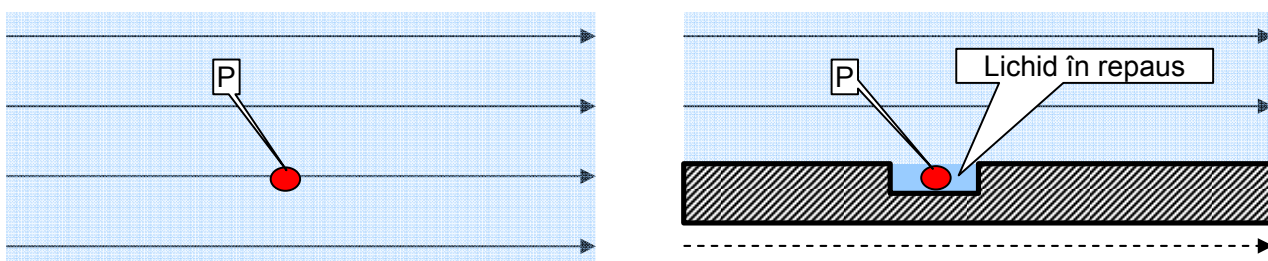
**Presiunea totală** ( $p_0$ ) a unui fluid în mișcare are două componente:

- **Presiunea statică** ( $p$ )
- **Presiunea dinamică** (impact/ stagnare); ( $p_d$ )

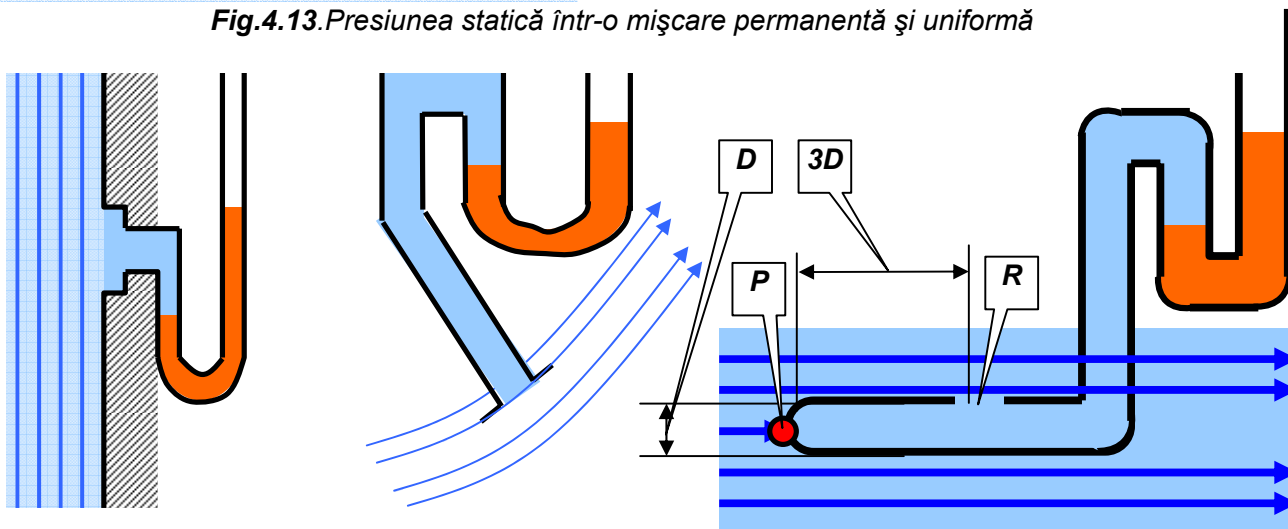
##### 4.4.2.1. Presiunea statică

Într-o mișcare **permanentă**, omogen **uniformă** a unui **lichid perfect**, adică o mișcare în care **liniile de curent** sunt **rectilinii și paralele** iar **viteza** este aceeași în orice punct al domeniului de curgere și constantă în timp, într-o secțiune plan orizontală (**Fig.4.13**), în orice punct al domeniului este aceeași **presiune statică**  $p$ .

Introducerea unui perete solid, plan vertical și paralel cu liniile de curent **nu perturbă**



**Fig.4.13.** Presiunea statică într-o mișcare permanentă și uniformă



**Fig.4.15.** Dispozitive pentru măsurat presiunea statică

curgerea. În punctul P se practică o cavitate în care lichidul rămâne în repaus. Determinarea **presiunii statice** ( $p$ ) în punctul P, aflat în cavitate, revine la determinarea presiunii lichidului aflat în **repaus** în cavitate.

Presiunea statică se măsoară în vecinătatea unui perete paralel cu liniile de curent, într-o cavitate realizată în perete respectiv (**priză de presiune statică**), cavitate care este racordată la un manometru (**Fig.4.15.a**). Măsurarea presiunii statice într-un punct oarecare al curentului de lichid, se realizează prin amplasarea în vecinătatea punctului respectiv a unui perete solid printr-un disc de

dimensiuni reduse amplasat paralel cu liniile de curent și prevăzut cu un orificiu aflat în legătură cu un manometru. (**discul cu Ser**, Fig.4.15.b). O altă variantă este cea a **sondei de presiune statică** realizată dintr-un tub subțire, de diametru  $D$ , îndoit în unghi drept, având o extremitate închisă și de **formă hidrodinamică** și celalaltă extremitate racordată la un manometru (Fig.4.15.c). Forma hidrodinamică reduce perturbațiile produse în curentul de lichid de prezența tubului iar la trei diametre distanța ( $3D$ ) de capătul închis al tubului aceste perturbații sunt neglijabile. Extremitatea închisă a tubului este plasată în punctul  $P$  unde se dorește măsurarea presiunii statice iar în punctul  $R$ , plasat la  $3D$ , se execută un orificiu în peretele lateral al tubului. Datorită pătrunderii lichidului în tub prin orificiul  $R$ , manometrul măsoară presiunea statică din  $R$ , presiune care este identică cu presiunea din  $P$  în curentul neperturbat. Deoarece în **regim neperturbat** presiunea statică din  $R$  este identică cu presiunea statică din  $P$  rezultă că presiunea măsurată de manometru este **presiunea statică din  $P$** .

4.4.2.2. Presiunea totală

Măsurarea **presiunii totale** într-un punct de stagnare  $S$  al unui obstacol se face prin realizarea unei cavități în obstacol și racordarea acelei cavități la un manometru, realizându-se astfel o **priză de presiune totală** (Fig.4.16.). După pătrunderea lichidului în cavitate și realizarea stării de echilibru, manometrul indică presiunea totală din  $S$ .

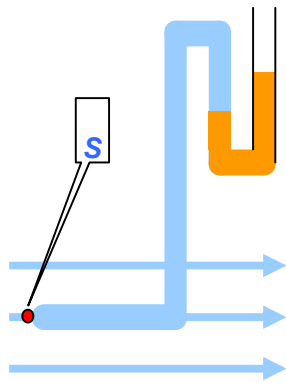


Fig.4.17. Tubul Pitot

Măsurarea **presiunii totale** într-un punct al unui curent de lichid se face cu **tubul Pitot** care transformă orice punct din domeniul de curgere într-un punct de stagnare ( $S$ ). Tubul Pitot este un tub subțire îndoit în unghi drept cu o extremitate deschisă, îndreptată în sens contrar curentului și celalaltă extremitate racordată la un manometru care măsoară presiunea totală (Fig.4.17).

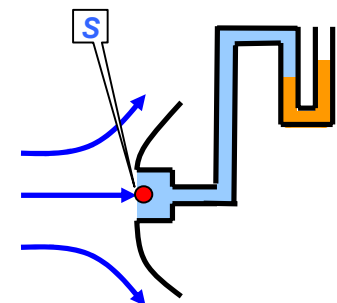


Fig.4.16. Măsurarea presiunii totale

Calculul **vitezei** într-un punct oarecare al unui curent de lichid se bazează pe ecuația

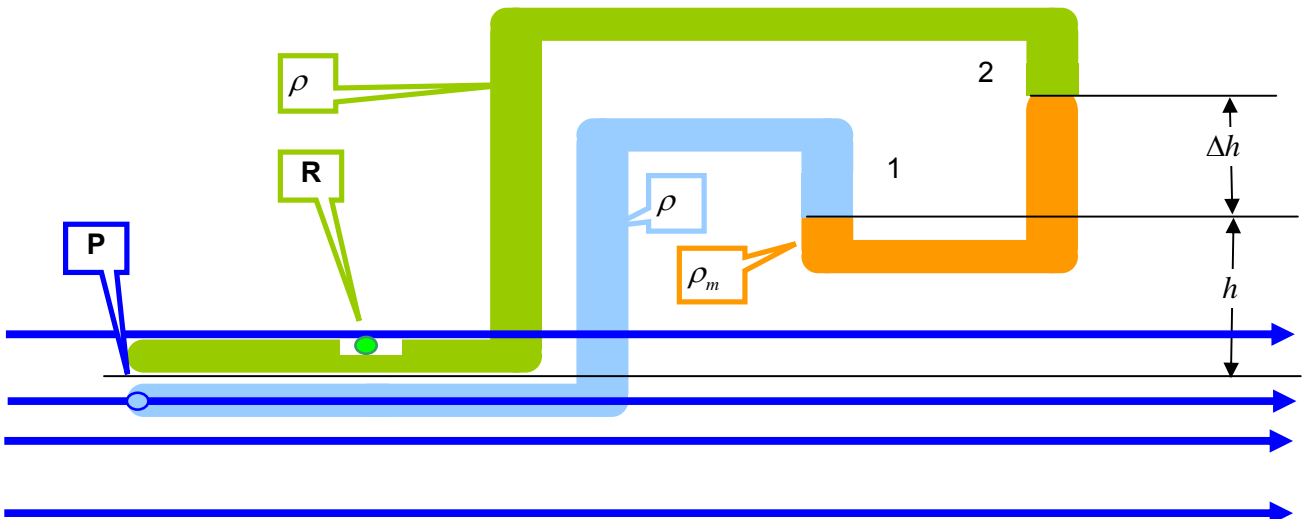


Fig.4.18. Tubul Pitot-Prandtl

fundamentală a lui Bernoulli iar dispozitivul utilizat este **tubul Pitot-Prandtl Fig.4.18**), rezultat din reunirea într-un singur aparat a sondei de **presiune statică** și a tubului Pitot de **presiune totală** (. Considerând că **P** și **R** au aceeași cotă (tuburile sunt foarte subțiri), se poate scrie:

$$\left. \begin{aligned} p_P &= p_1 + \gamma \cdot h \\ p_R &= p_2 + \gamma \cdot (h + \Delta h) \\ p_1 &= p_2 + \Delta h \cdot \gamma_m \end{aligned} \right\} \text{din care rezultă că } p_P = p_R + (\gamma_m - \gamma) \cdot \Delta h$$

în care :

$p_P = p + p_d$  - **presiunea totală** din P (măsurată cu **tubul Pitot**)

$p$  - **presiunea statică**

$p_d$  - **presiunea dinamică/de impact/de stagnare (Fig.4.19)** a cărei relație de calcul rezultă din observația că presiunea în punctul A este mai mare decât presiunea în punctul B (de stagnare) cu o valoare egală cu presiunea dinamică:

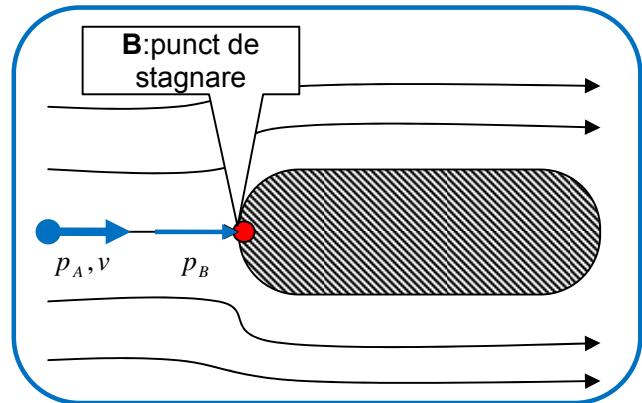


Fig.4.19. Punct de stagnare

$$\frac{p_A}{\gamma} + \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{p_B}{\gamma} \Rightarrow p_A - p_B = \rho \frac{v^2}{2} = p_d$$

$p_R = p$  - **presiunea statică** din P (măsurată cu **sonda de presiune statică**)

După înlocuiri rezultă:

$$v^2 = \frac{2}{\rho} \cdot (\gamma_m - \gamma) \cdot \Delta h = \frac{2}{\rho} \cdot (\rho_m \cdot g - \rho \cdot g) \cdot \Delta h = 2 \cdot g \cdot \left( \frac{\rho_m}{\rho} - 1 \right) \cdot \Delta h$$

ajungându-se în final la relația pentru determinarea **vitezei de curgere** a fluidului perfect aflat în mișcare **permanentă**, omogen **uniformă**, adică o mișcare în care **liniile de curent** sunt **rectilinii și paralele** iar **viteza** este aceeași în orice punct al domeniului de curgere și constantă în timp, într-o secțiune plan orizontală:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot \left( \frac{\rho_m}{\rho} - 1 \right) \cdot \Delta h}$$